

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) L'insieme

- V F** a) $\{A \in \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \mid {}^tA = -A\}$ è sottospazio vettoriale di $\mathcal{M}_2(\mathbf{R})$.
V F b) $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$ è sottospazio vettoriale di \mathbf{R}^2 .
V F c) delle successioni reali convergenti a zero è sottospazio vettoriale dello spazio delle successioni reali.

2) Sia X un insieme di generatori di uno spazio vettoriale V .

- V F** a) Se $Y \subset X$ allora Y genera V .
V F b) Se $X \subset Y \subset V$ allora Y genera V .
V F c) Allora X è una base di V .

3) Le seguenti strutture sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.

- V F** a) \mathbf{Z}_4 .
V F b) $\mathbf{R}[x]$.
V F c) \mathbf{Q} .

4) Le coordinate della matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ rispetto alla base ordinata $\left(\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -7 \end{pmatrix} \right)$ di $\mathcal{M}_2(\mathbf{R})$ sono:

- V F** a) $(0, 3, 0, 3)$.
V F b) $(0, 0, 3, 3)$.
V F c) $(0, 0, 1, 0)$.

5) Siano $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ due matrici diagonali. Allora:

- V F** a) $AB = BA$.
V F b) $\det A \neq 0$.
V F c) ${}^tB = B$.

6) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 7 e siano U, W due suoi sottospazi di dimensione, rispettivamente, 4 e 5. Allora:

- V F** a) $V = U + W$.
V F b) $\dim(U \cap W) = 2$.
V F c) $\dim(U + W) = 7$.

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) L'insieme

- V F** a) $\{A \in \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \mid \det(A) \neq 0\}$ è sottospazio vettoriale di $\mathcal{M}_2(\mathbf{R})$.
V F b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x + y + z = 0\}$ è sottospazio vettoriale di \mathbf{R}^3 .
V F c) delle successioni reali limitate è sottospazio vettoriale dello spazio delle successioni reali.

2) Sia X un insieme di vettori linearmente indipendenti di uno spazio vettoriale V .

- V F** a) Se $Y \subset X$ allora Y è linearmente indipendente.
V F b) Se $X \subset Y \subset V$ allora Y è linearmente indipendente.
V F c) Allora X è una base di V .

3) Le seguenti strutture sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.

- V F** a) \mathbf{Z}_3 .
V F b) $\mathcal{M}_n(\mathbf{R})$ con $n > 1$.
V F c) \mathbf{Z} .

4) Le coordinate del polinomio $3 + t^2$ rispetto alla base ordinata $(-1, 1 + t, 3 + t^2)$ di $\mathbf{R}_{\leq 2}[t]$ sono:

- V F** a) $(0, 0, 1)$.
V F b) $(3, 0, 1)$.
V F c) $(3, 0, t^2)$.

5) Siano $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ due matrici triangolari superiori. Allora:

- V F** a) AB è triangolare superiore.
V F b) $\det A \neq 0$.
V F c) ${}^t B$ è triangolare inferiore.

6) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 7 e siano U, W due suoi sottospazi di dimensione, rispettivamente, 4 e 5. Allora:

- V F** a) $V = U \oplus W$.
V F b) $\dim(U \cap W) \geq 2$.
V F c) $\dim(U + W) = 9$.