

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) L'insieme

**V F** a)  $\{A \in \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \mid {}^t A = -A\}$  è sottospazio vettoriale di  $\mathcal{M}_2(\mathbf{R})$ .

**V F** b)  $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$  è sottospazio vettoriale di  $\mathbf{R}^2$ .

**V F** c) delle successioni reali convergenti a zero è sottospazio vettoriale dello spazio delle successioni reali.

2) Sia  $X$  un insieme di generatori di uno spazio vettoriale  $V$ .

**V F** a) Se  $Y \subset X$  allora  $Y$  genera  $V$ .

**V F** b) Se  $X \subset Y \subset V$  allora  $Y$  genera  $V$ .

**V F** c) Allora  $X$  è una base di  $V$ .

3) Le seguenti strutture sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.

**V F** a)  $\mathbf{Z}_4$ .

**V F** b)  $\mathbf{R}[x]$ .

**V F** c)  $\mathbf{Q}$ .

4) Le coordinate della matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$  rispetto alla base ordinata  $\left( \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -7 \end{pmatrix} \right)$  di  $\mathcal{M}_2(\mathbf{R})$  sono:

**V F** a)  $(0, 3, 0, 3)$ .

**V F** b)  $(0, 0, 3, 3)$ .

**V F** c)  $(0, 0, 1, 0)$ .

5) Siano  $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$  due matrici diagonali. Allora:

**V F** a)  $AB = BA$ .

**V F** b)  $\det A \neq 0$ .

**V F** c)  ${}^t B = B$ .

6) Sia  $V$  uno spazio vettoriale di dimensione 7 e siano  $U, W$  due suoi sottospazi di dimensione, rispettivamente, 4 e 5. Allora:

**V F** a)  $V = U + W$ .

**V F** b)  $\dim(U \cap W) = 2$ .

**V F** c)  $\dim(U + W) = 7$ .

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) L'insieme

- V F** a)  $\{A \in \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \mid \det(A) \neq 0\}$  è sottospazio vettoriale di  $\mathcal{M}_2(\mathbf{R})$ .  
**V F** b)  $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x + y + z = 0\}$  è sottospazio vettoriale di  $\mathbf{R}^3$ .  
**V F** c) delle successioni reali limitate è sottospazio vettoriale dello spazio delle successioni reali.

2) Sia  $X$  un insieme di vettori linearmente indipendenti di uno spazio vettoriale  $V$ .

- V F** a) Se  $Y \subset X$  allora  $Y$  è linearmente indipendente.  
**V F** b) Se  $X \subset Y \subset V$  allora  $Y$  è linearmente indipendente.  
**V F** c) Allora  $X$  è una base di  $V$ .

3) Le seguenti strutture sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.

- V F** a)  $\mathbf{Z}_3$ .  
**V F** b)  $\mathcal{M}_n(\mathbf{R})$  con  $n > 1$ .  
**V F** c)  $\mathbf{Z}$ .

4) Le coordinate del polinomio  $3 + t^2$  rispetto alla base ordinata  $(-1, 1 + t, 3 + t^2)$  di  $\mathbf{R}_{\leq 2}[t]$  sono:

- V F** a)  $(0, 0, 1)$ .  
**V F** b)  $(3, 0, 1)$ .  
**V F** c)  $(3, 0, t^2)$ .

5) Siano  $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$  due matrici triangolari superiori. Allora:

- V F** a)  $AB$  è triangolare superiore.  
**V F** b)  $\det A \neq 0$ .  
**V F** c)  ${}^t B$  è triangolare inferiore.

6) Sia  $V$  uno spazio vettoriale di dimensione 7 e siano  $U, W$  due suoi sottospazi di dimensione, rispettivamente, 4 e 5. Allora:

- V F** a)  $V = U \oplus W$ .  
**V F** b)  $\dim(U \cap W) \geq 2$ .  
**V F** c)  $\dim(U + W) = 9$ .