

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) L'insieme $\mathcal{S}_3(\mathbf{C})$ delle matrici simmetriche complesse di ordine tre ha:

- V F** a) infinite classi di similitudine.
- V F** b) infinite classi di congruenza.
- V F** c) quattro classi di congruenza.

2) Sia $A = \lambda I_n$ con $\lambda \in \mathbf{R}$, allora A :

- V F** a) è simile solo a se stessa.
- V F** b) è diagonalizzabile per congruenza.
- V F** c) ha un solo autovalore di molteplicità algebrica n .

3) Sia $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbf{K})$ una matrice di rango h . Allora:

- V F** a) $h \leq m$.
- V F** b) ogni minore di ordine h di A è regolare.
- V F** c) la dimensione dello spazio delle righe di A è h .

4) Sia $F : V \rightarrow W$ un'applicazione lineare e sia $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ una base di V . Allora:

- V F** a) $\{F(v_1), \dots, F(v_n)\}$ è una base per $\text{Im}F$.
- V F** b) $\{F(v_1), \dots, F(v_n)\}$ è un insieme di generatori per $\text{Im}F$.
- V F** c) $\{F(v_1), \dots, F(v_n)\}$ è linearmente indipendente.

5) Sia $W = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid z = 0\}$. Allora:

- V F** a) $\dim W^\perp = 1$.
- V F** b) $\dim W^\perp = 2$.
- V F** c) $(W^\perp)^\perp = W$.

6) Siano \mathcal{B}, \mathcal{C} due basi ordinate di uno spazio vettoriale di dimensione n e sia A la matrice del cambiamento di base da \mathcal{B} a \mathcal{C} .

- V F** a) Allora A è invertibile.
- V F** b) Se $\mathcal{B} = \mathcal{C}$ allora $A = I_n$.
- V F** c) Allora la matrice del cambiamento di base da \mathcal{C} a \mathcal{B} è ${}^t A$.

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) L'insieme $\mathcal{S}_3(\mathbf{R})$ delle matrici simmetriche reali di ordine tre ha:

- V F** a) infinite classi di similitudine.
- V F** b) infinite classi di congruenza.
- V F** c) dieci classi di congruenza.

2) Sia $A = \lambda I_n$ con $\lambda \in \mathbf{R}$, allora A :

- V F** a) è congruente solo a se stessa.
- V F** b) ha un solo autovalore di molteplicità geometrica n .
- V F** c) è diagonalizzabile per similitudine.

3) Sia $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbf{K})$ una matrice di rango h . Allora:

- V F** a) $h \leq n$.
- V F** b) esiste un minore di ordine h di A che è regolare.
- V F** c) la dimensione dello spazio delle colonne di A è h .

4) Sia $F : V \rightarrow W$ un'applicazione lineare e sia $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ una base di V . Allora:

- V F** a) $\{F(v_1), \dots, F(v_n)\}$ è una base per W .
- V F** b) $\{F(v_1), \dots, F(v_n)\}$ è un insieme di generatori per W .
- V F** c) $\{F(v_1), \dots, F(v_n)\}$ è linearmente dipendente.

5) Sia $W = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x = 0, y = 0\}$. Allora:

- V F** a) $\dim W^\perp = 1$.
- V F** b) $\dim W^\perp = 2$.
- V F** c) $W^\perp \oplus W = \mathbf{R}^3$.

6) Siano \mathcal{B}, \mathcal{C} due basi ordinate di uno spazio vettoriale di dimensione n e sia A la matrice del cambiamento di base da \mathcal{B} a \mathcal{C} .

- V F** a) Allora A ha rango n .
- V F** b) Se $A = I_n$ allora $\mathcal{B} = \mathcal{C}$.
- V F** c) Allora la matrice del cambiamento di base da \mathcal{C} a \mathcal{B} è A^{-1} .