Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale* $+1$ *punto, mentre ogni risposta sbagliata vale* -1 *punto.*

1) Sia A una matrice quadrata di ordine $n > 1$ a coefficienti in $\mathbf{K}$. Allora:

V F a) ${}^tAA$ è simmetrica.

V F b) $\det({}^tAA) = (\det A)^2$.

V F c) ${}^tAA = A\,{}^tA$.

2) È un sottospazio vettoriale di $\mathcal{M}_n(\mathbf{R})$ il suo sottoinsieme W definito da:

V F a) $W = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R}) \mid A = -\,{}^tA\}$.

V F b) $W = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R}) \mid \det A = 0\}$.

V F c) $W = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R}) \mid \mathrm{tr} A = 0\}$.

3) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n e sia $F : V \to V$ un endomorfismo con h autovalori distinti.

V F a) Allora $h \leq n$.

V F b) Se $h = n$ allora V ammette una base spettrale relativa a F.

V F c) Allora esistono esattamente h autovettori.

4) È lineare l'applicazione $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da:

V F a) $F(x, y) = (x, x, x)$.

V F b) $F(x, y) = (x, 1, x)$.

V F c) $F(x, y) = (x, 0, x)$.

5) La matrice reale $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

V F a) è definita positiva.

V F b) ha indice di positività uno.

V F c) è diagonalizzabile per congruenza.

6) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n. Allora:

V F a) ogni base di V ha esattamente n elementi.

V F b) ogni insieme linearmente indipendente di vettori di V ha esattamente n elementi.

V F c) ogni insieme linearmente indipendente di vettori di V ha al più n elementi.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale −1 punto.*

1) Sia A una matrice quadrata di ordine $n > 1$ a coefficienti in $\mathbf{K}$. Allora:

V F a) $A\,{}^tA$ è simmetrica.

V F b) $\det(A\,{}^tA) = (\det A)^2$.

V F c) ${}^tAA = A\,{}^tA$.

2) Sia $\mathcal{F}(\mathbf{R}, \mathbf{R})$ lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$. È un suo sottospazio vettoriale il sottoinsieme W definito da:

V F a) $W = \{f \in \mathcal{F}(\mathbf{R}, \mathbf{R}) \mid f(1) = f(2)\}$.

V F b) $W = \{f \in \mathcal{F}(\mathbf{R}, \mathbf{R}) \mid f(0) = 1\}$.

V F c) $W = \{f \in \mathcal{F}(\mathbf{R}, \mathbf{R}) \mid f(1) = 0\}$.

3) Sia V uno spazio vettoriale reale di dimensione n e sia $F : V \to V$ un endomorfismo con h autovalori distinti.

V F a) Allora $n \leq h$.

V F b) Se V ammette una base spettrale relativa a F allora $h = n$.

V F c) Allora esistono almeno h autovettori linearmente indipendenti.

4) È lineare l'applicazione $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^2$ definita da:

V F a) $F(x, y, z) = (z, z)$.

V F b) $F(x, y, z) = (z, 1)$.

V F c) $F(x, y, z) = (z, 0)$.

5) La matrice reale $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

V F a) è definita positiva.

V F b) ha indice di positività uno.

V F c) è diagonalizzabile per congruenza.

6) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n. Allora:

V F a) ogni base di V ha esattamente n elementi.

V F b) ogni insieme di generatori di V ha esattamente n elementi.

V F c) ogni insieme di generatori di V ha almeno n elementi.