

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Sia A una matrice quadrata di ordine $n > 1$ a coefficienti in \mathbf{R} . Allora A è diagonalizzabile per similitudine se

- V F** a) è simmetrica.
- V F** b) ha n autovalori distinti.
- V F** c) ha almeno un autovalore.

2) È un sottospazio vettoriale di \mathbf{R}^3 il suo sottoinsieme W definito da:

- V F** a) $W = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x + y + z = 0\}$.
- V F** b) $W = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xyz = 0\}$.
- V F** c) $W = \{(1, 1, 1)\}$.

3) Sia (V, \langle, \rangle) uno spazio vettoriale euclideo di dimensione n e sia W un suo sottospazio. Allora:

- V F** a) $\dim W^\perp = n - \dim W$.
- V F** b) $W \cap W^\perp = \{0_V\}$.
- V F** c) $W = V$ se e solo se $W^\perp = \{0_V\}$.

4) Siano B e C due basi distinte di uno stesso spazio vettoriale V , di dimensione finita. Allora:

- V F** a) la matrice del cambiamento di base da B a C è invertibile.
- V F** b) la matrice del cambiamento di base da B a C è la matrice identità.
- V F** c) B e C hanno lo stesso numero di vettori.

5) Ogni sistema lineare indeterminato:

- V F** a) è di Cramer.
- V F** b) è risolubile.
- V F** c) ha un numero di incognite maggiore del rango della matrice incompleta.

6) Sia W il sottospazio di \mathbf{R}^5 di equazioni parametriche $(x, y, z, u, v) = (\alpha, \beta, \beta, 2\alpha, \alpha + \beta)$. Allora:

- V F** a) $\dim W = 2$.
- V F** b) $\dim W = 3$.
- V F** c) $(1, 0, 0, 2, 1) \in W$.

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) In \mathbf{R}^5 si consideri il sottospazio $W = \{(x, y, z, u, v) \in \mathbf{R}^5 \mid x + y - v = 0, y + u - v = 0\}$.

Allora:

V F a) $\dim W = 2$.

V F b) $\dim W = 3$.

V F c) $(1, 0, 0, 2, 1)$.

2) Sia S un sistema lineare impossibile con matrice incompleta A . Allora:

V F a) S non è omogeneo.

V F b) se A è quadrata, $\det A = 0$.

V F c) A non è quadrata.

3) Sia B una base di uno spazio vettoriale V . Allora:

V F a) $\text{card } B = \dim V$.

V F b) se $v \notin B$ l'insieme $B \cup \{v\}$ è linearmente dipendente.

V F c) se $v \in B$ l'insieme $B - \{v\}$ genera V .

4) Sia (V, \langle, \rangle) uno spazio vettoriale euclideo. Allora:

V F a) $\langle v, v \rangle \geq 0$, per ogni $v \in V$.

V F b) esiste una base ortonormale per V .

V F c) ogni insieme ortogonale di vettori non nulli è linearmente indipendente.

5) Sia A una matrice quadrata di ordine $n > 1$ a coefficienti in \mathbf{R} diagonalizzabile per similitudine.

Allora A :

V F a) è simmetrica

V F b) ha n autovalori distinti

V F c) ha almeno un autovalore.

6) È un sottospazio vettoriale di \mathbf{R}^3 il suo sottoinsieme W definito da:

V F a) $W = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x + y + z = 1\}$.

V F b) $W = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$.

V F c) $W = \{(0, 0, 0)\}$.