

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Sia  $A$  la matrice a coefficienti reali  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ , allora:

**V F** a)  $A$  non è invertibile.

**V F** b)  $A$  è invertibile e  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

**V F** c)  $A$  è invertibile e  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}$ .

2) Sia  $S$  un sistema lineare con matrice incompleta  $A$  e matrice completa  $C$ . Allora:

**V F** a) se  $\rho(A) < \rho(C)$ , il sistema non ammette soluzione.

**V F** b)  $\rho(A)$  non può essere maggiore di  $\rho(C)$ .

**V F** c) se  $\rho(A) < \rho(C)$ , il sistema è indeterminato.

3) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo  $\mathbf{R}$  rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

**V F** a)  $\mathbf{R}$ .

**V F** b) successioni reali convergenti a 1.

**V F** c) matrici quadrate diagonali a coefficienti reali.

4) Siano  $A$  e  $B$  due matrici simmetriche di ordine  $n > 1$  a coefficienti in  $\mathbf{R}$ .

**V F** a) Se  $A$  e  $B$  hanno lo stesso rango allora sono congruenti.

**V F** b) Se  $A$  e  $B$  hanno lo stesso rango e lo stesso indice di positività allora sono congruenti.

**V F** c) Se  $A$  e  $B$  sono congruenti allora hanno lo stesso indice di positività.

5) Sia  $V$  uno spazio vettoriale di dimensione 6 e sia  $I$  un sottoinsieme di  $V$ .

**V F** a) Se  $I$  ha 5 elementi allora non genera  $V$ .

**V F** b) Se  $I$  ha 5 elementi allora è linearmente indipendente.

**V F** c) Se  $I$  è una base allora ha 6 elementi.

6) Sia  $V$  uno spazio vettoriale di dimensione 10 e  $T : V \rightarrow V$  un endomorfismo.

**V F** a) Se  $T$  è iniettivo allora è suriettivo.

**V F** b) Se  $\dim(\ker T) > 0$  allora  $T$  è iniettivo.

**V F** c) Sicuramente  $\dim(\ker T) \leq 10$ .

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Sia  $A$  la matrice a coefficienti reali  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ , allora:

**V F** a)  $A$  non è invertibile.

**V F** b)  $A$  è invertibile e  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ .

**V F** c)  $A$  è invertibile e  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

2) Sia  $S$  un sistema lineare con matrice incompleta  $A$  e matrice completa  $C$ . Allora:

**V F** a) se  $\rho(A) = \rho(C)$ , il sistema ammette soluzione.

**V F** b)  $\rho(A)$  non può essere maggiore di  $\rho(C)$ .

**V F** c) se  $\rho(A) = \rho(C)$ , il sistema ammette soluzione unica.

3) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo  $\mathbf{R}$  rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

**V F** a)  $\mathbf{R}$ .

**V F** b) successioni reali non convergenti.

**V F** c) matrici quadrate simmetriche a coefficienti reali.

4) Siano  $A$  e  $B$  due matrici simmetriche di ordine  $n > 1$  a coefficienti in  $\mathbf{R}$ .

**V F** a) Se  $A$  e  $B$  sono congruenti allora hanno lo stesso rango.

**V F** b) Se  $A$  e  $B$  sono congruenti allora hanno lo stesso rango e lo stesso indice di positività.

**V F** c) Se  $A$  e  $B$  hanno lo stesso indice di positività allora sono congruenti.

5) Sia  $V$  uno spazio vettoriale di dimensione 6 e sia  $I$  un sottoinsieme di  $V$ .

**V F** a) Se  $I$  ha 7 elementi allora genera  $V$ .

**V F** b) Se  $I$  ha 7 elementi allora è linearmente dipendente.

**V F** c) Se  $I$  ha 6 elementi allora è una base.

6) Sia  $V$  uno spazio vettoriale di dimensione 10 e  $T : V \rightarrow V$  un endomorfismo.

**V F** a) Se  $T$  è suriettivo allora è iniettivo.

**V F** b) Se  $\dim(\ker T) > 0$  allora  $T$  non è iniettivo.

**V F** c) Sicuramente  $\dim(\ker T) < 10$ .