Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale* $+1$ *punto, mentre ogni risposta sbagliata vale* -1 *punto.*

1) Sia $T : V \to W$ un'applicazione lineare con $\dim V = 3$, $\dim W = 5$. Allora:

V F a) T non può essere un isomorfismo.

V F b) T non può essere iniettiva.

V F c) T non può essere suriettiva.

2) Sia p il polinomio caratteristico di una matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$.

V F a) Allora p ha grado n.

V F b) Lo scalare 0 è una radice di p se e solo se $\rho(A) < n$.

V F c) Se A è diagonalizzabile allora p ha n radici distinte.

3) Sia $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da $T(x, y) = (x + y, x, x + 2y)$ e sia A la matrice associata a T rispetto alle basi canoniche di $\mathbf{R}^2$ e $\mathbf{R}^3$. Allora:

V F a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

V F b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

V F c) $\dim(\operatorname{Im} T) = 2$.

4) Sia A una matrice reale simmetrica di ordine $n > 1$.

V F a) Se A è definita positiva allora $a_{ii} > 0$ per ogni $i = 1, \dots, n$.

V F b) Se $a_{ii} > 0$ per ogni $i = 1, \dots, n$ allora A è definita positiva.

V F c) Se A è definita positiva allora $\det A > 0$.

5) In uno spazio vettoriale reale V, siano v_1, v_2 due vettori distinti non nulli. Una forma quadratica $q : V \to \mathbf{R}$ tale che $q(v_1) = 0$ e $q(v_2) > 0$

V F a) è semidefinita positiva.

V F b) non è definita negativa.

V F c) è indefinita.

6) Due matrici di ordine $n > 1$

V F a) se hanno gli stessi autovalori allora sono simili.

V F b) se hanno gli stessi autospazi allora sono simili.

V F c) se sono diagonalizzabili e hanno lo stesso polinomio caratteristico allora sono simili.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale* $+1$ *punto, mentre ogni risposta sbagliata vale* -1 *punto.*

1) Sia $T : V \to W$ un'applicazione lineare con $\dim V = 5$, $\dim W = 3$. Allora:

V F a) T non può essere un isomorfismo.

V F b) T non può essere iniettiva.

V F c) T non può essere suriettiva.

2) Sia A la matrice associata ad un endomorfismo $T : V \to V$ rispetto a una base fissata e sia $\lambda \in \mathbf{K}$ un suo autovalore.

V F a) Allora λ è una radice del polinomio caratteristico di A.

V F b) Se $\lambda = 0$ allora T non è iniettivo.

V F c) Se A è una matrice scalare allora l'autospazio relativo a λ è V.

3) Sia $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^2$ l'applicazione lineare definita da $T(x, y, z) = (x + y + z, x + 2z)$ e sia A la matrice associata a T rispetto alle basi canoniche di $\mathbf{R}^3$ e $\mathbf{R}^2$. Allora:

V F a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

V F b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

V F c) $\dim(\operatorname{Im} T) = 2$.

4) Sia A una matrice reale simmetrica di ordine $n > 1$.

V F a) Se A è definita negativa allora $a_{ii} < 0$ per ogni $i = 1, \dots, n$.

V F b) Se $a_{ii} < 0$ per ogni $i = 1, \dots, n$ allora A è definita negativa.

V F c) Se A è definita negativa allora $\det A < 0$.

5) In uno spazio vettoriale reale V, siano v_1, v_2 due vettori distinti. Una forma quadratica $q : V \to \mathbf{R}$ tale che $q(v_1) < 0$ e $q(v_2) > 0$

V F a) è semidefinita positiva.

V F b) non è semidefinita negativa.

V F c) è indefinita.

6) Due matrici simili di ordine $n > 1$

V F a) sono entrambe diagonalizzabili.

V F b) hanno gli stessi autovalori.

V F c) hanno gli stessi autospazi.