SOLUZIONI COMPLESSI

Corso di Geometria

1) La forma algebrica è la seguente:

$$\begin{array}{lll} \text{a)}\ \ 11-7i; & \text{b)}\ 13-6i; & \text{c)}\ -11-23i; \\ \text{d)}\ \ \dfrac{13}{17}-\dfrac{1}{17}i; & \text{e)}\ -\dfrac{4}{13}-\dfrac{7}{13}i; & \text{f)}\ 1+7i; \\ \text{g)}\ \ \dfrac{1}{5}; & \text{h)}\ \dfrac{17}{338}-\dfrac{7}{338}i; & \text{i)}\ \dfrac{7}{410}-\dfrac{19}{410}i. \end{array}$$

2) La forma trigonometrica cercata è $\rho\, e^{i\theta} = \rho(cos\theta + i\sin\theta)$, dove:

a) $\rho = 2\ \ \theta = \frac{11}{6}\pi$; b) $\rho = \sqrt{5}\ \ \theta = \arctan(2) + \pi$; c) $\rho = 5\ \theta = -\arctan(\frac{3}{4}) + \pi$;

d) $\rho = \frac{\sqrt{5}}{4}\ \theta = \arctan\frac{1}{2}$; e) $\rho = \sqrt{5}\ \theta = \arctan(2)$; f) $\rho = \frac{\sqrt{145}}{5}\ \theta = -\arctan(\frac{9}{8}) + \pi$;

g) $\rho = 17^3\ \theta = 6\arctan\frac{1}{4}$; h) $\rho = \frac{\sqrt{2}}{2}\ \theta = \frac{\pi}{4}$; i) $\rho = 16\ \theta = 0$.

3)

a) Le radici quadrate di -3 sono $\pm i\sqrt{3}$; le radici cubiche sono $-\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{3}e^{i\frac{5}{3}\pi}$ e $\sqrt[3]{3}e^{i\frac{7}{3}\pi}$.

b) Le radici quadrate di $-1+i$ sono $\pm\sqrt[4]{2}e^{i\frac{3}{8}\pi}$; le radici cubiche sono $\sqrt[6]{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$, $\sqrt[6]{2}e^{i\frac{11}{12}\pi}$ e $\sqrt[4]{2}e^{i\frac{19}{12}\pi}$.

c) Le radici quadrate di $2+i$ sono $\pm\sqrt[4]{5}e^{i\frac{\arctan(1/2)}{2}}$; le radici cubiche sono $\sqrt[6]{5}e^{i\frac{\arctan(1/2)}{3}}$, $\sqrt[6]{5}e^{i(\frac{\arctan(1/2)}{3}+\frac{2}{3}\pi)}$ e $\sqrt[6]{5}e^{i(\frac{\arctan(1/2)}{3}+\frac{4}{3}\pi)}$.

d) Le radici quadrate di $-1-2i$ sono $\pm i\sqrt[4]{5}e^{i\frac{\arctan 2}{2}}$; le radici cubiche sono $\sqrt[6]{5}e^{i(\frac{\arctan 2}{3}+\frac{\pi}{3})}$, $-\sqrt[6]{5}e^{i\frac{\arctan 2}{3}}$ e $\sqrt[6]{5}e^{i(\frac{\arctan 2}{3}+\frac{5}{3}\pi)}$.

e) Le radici quadrate di $3-i$ sono $\pm\sqrt[4]{10}e^{-i\frac{\arctan(1/3)}{2}}$; le radici cubiche sono $\sqrt[6]{10}e^{-i\frac{\arctan(1/3)}{3}}$, $\sqrt[6]{10}e^{i(-\frac{\arctan(1/3)}{3}+\frac{2}{3}\pi)}$ e $\sqrt[6]{10}e^{i(-\frac{\arctan(1/3)}{3}+\frac{4}{3}\pi)}$.

f) Le radici quadrate di $-1+2i$ sono $\pm i\sqrt[4]{5}e^{-i\frac{\arctan 2}{2}}$; le radici cubiche sono $\sqrt[6]{5}e^{i(-\frac{\arctan 2}{3}+\frac{\pi}{3})}$, $-\sqrt[6]{5}e^{-i\frac{\arctan 2}{3}}$ e $\sqrt[6]{5}e^{i(-\frac{\arctan 2}{3}+\frac{5}{3}\pi)}$.

g) Le radici quadrate di $-4+3i$ sono $\pm i\sqrt{5}e^{-i\frac{\arctan(3/4)}{2}}$; le radici cubiche sono $\sqrt[3]{5}e^{i(-\frac{\arctan(3/4)}{3}+\frac{\pi}{3})}$, $-\sqrt[3]{5}e^{-i\frac{\arctan(3/4)}{3}}$ e $\sqrt[3]{5}e^{i(-\frac{\arctan(3/4)}{3}+\frac{5}{3}\pi)}$.

h) Le radici quadrate di $2+5i$ sono $\pm\sqrt[4]{29}e^{i\frac{\arctan(5/2)}{2}}$; le radici cubiche sono $\sqrt[6]{29}e^{i\frac{\arctan(5/2)}{3}}$, $\sqrt[6]{29}e^{i(\frac{\arctan(5/2)}{3}+\frac{2}{3}\pi)}$ e $\sqrt[6]{29}e^{i(\frac{\arctan(5/2)}{3}+\frac{4}{3}\pi)}$.

4) Le soluzioni delle equazioni sono:

a) $z_{1,2} = -\dfrac{1}{2} \pm i\dfrac{\sqrt{31}}{2}$; b) $z_{1,2} = \dfrac{1}{2} \pm i\dfrac{\sqrt{15}}{2}$; c) $z_{1,2} = -1 \pm 2i$;

d) $z_1 = i,\ z_2 = -\dfrac{5}{3}i$; e) $z_{1,2} = \dfrac{3}{4} \pm \dfrac{\sqrt[4]{2385}}{4}e^{-i\frac{\arctan(16/3)}{2}}$;

f) $z_{1,2} = -\dfrac{1+i}{2} \pm i\dfrac{\sqrt[4]{788}}{2}e^{-\frac{\arctan(1/14)}{2}}$.