Esercizio

Sia assegnato

$$A = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,3),(2,4),(3,2),(3,3)\}.$$

(i) Calcolare il valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui la funzione $p : \mathbb{R}^2 \to [0,1]$,

$$p(i,j) = \begin{cases} \frac{\alpha}{i+j}, & (i,j) \in A \\ 0, & (i,j) \in \mathbb{R}^2 \setminus A, \end{cases} \tag{1}$$

è una densità di probabilità.

(ii) Siano X e Y sono due variabili aleatorie di densità discreta congiunta p, come assegnata al punto (i) di questo esercizio. Calcolare

$$E[X+Y].$$

(iii) Calcolare le densità marginali p_X e p_Y della variabile aleatoria $2-$dimensionale (X,Y) definita al punto (ii). Calcolare $E[X]$ e $E[Y]$.

(iv) Calcolare $\mathrm{Var}(X)$, e $\mathrm{Cov}(X,Y)$.

(v) Determinare la retta di regressione.

Esercizio

Sia X una variabile aleatoria di densità normale $N(0,1)$. Determinare la densità della variabile aleatoria $\exp(X)$. Disegnare un grafico qualitativo di tale densità.

Esercizio

Siano $\{X_i\}_{1\leq i\leq n}$ variabili aleatorie indipendenti ciascuna di densità di Poisson di parametro $\frac{1}{3}$. Fornire una stima di

$$P(\mid \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{n} - \frac{1}{3} \mid > \frac{1}{100}).$$

Esercizio

Sia X una variabile aleatoria di densità esponenziale. Calcolare per quale valore reale q è soddisfatta l'equazione

$$F(X \leq q) = \frac{2}{3},$$

dove con F si indica la funzione di ripartizione della variabile aleatoria X.

Esercizio Siano X e Y due variabili aleatorie indipendenti di densità esponenziali rispettivamente di parametri 3 e 5.

Calcolare

$$P(Y < 2X).$$