

Esercizio

$q \in (0,1)$

$$\text{Sia } f(x) = \begin{cases} cq^x, & x \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus (\mathbb{N} \setminus \{0\}) \end{cases}, \quad c \geq 0.$$

Determinare il valore di  $c$  affinché per  $q$  fissato  $f$  sia una densità di probabilità su  $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ . Determinare poi  $E[X]$ ,  $\text{Var}(X)$  e  $\sigma$  per una v.e.  $X$  con densità  $f$ .

Esercizio

$$\text{Sia } f(x) = \begin{cases} c \frac{x^2 + x^\alpha}{x^{2\alpha} + x^3}, & x \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus (\mathbb{N} \setminus \{0\}) \end{cases}, \quad \alpha > 0 \text{ e } c > 0.$$

Determinare per quali valori di  $\alpha$  la funzione  $f$  è una densità di probabilità su  $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ . Determinare poi il valore di  $c$ . (senza calcolo esplicito). Determinare poi per quali  $\alpha$  la speranza matematica di una v.e. di densità  $f$  è finita.

Esercizio

Sia  $X$  v.e. con densità uniforme su  $[c,d]$ . Calcolare una densità di  $Z = \arctan(x)$ .

Esercizio

Sia  $X$  v.e. con densità  $N(0,1)$ . Sia  $Z = X^2 - 3X + 2$ . Calcolare la densità di  $Z$ .

Esercizio

Determinare quali tra le seguenti serie è convergente

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^n}{n!}; \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{n+1}}{5^{n+1}}; \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+3}}{5^{n-1}};$$

Esercizio

Determinare la densità uniforme su  $\{1,2,3,4,5,6\}^2$  e calcolare le densità marginali  $p_x$  e  $p_y$ . Ripetere il calcolo in  $\{1,2,3,4,5,6\}^2$  con  $p(x,y) = \frac{c}{x+y}$ ,  $x,y \in \{1,2,3,4,5,6\}$ .

Esercizio

Sia  $A = \{(1,2), (3,2), (2,1), (4,1), (4,3)\}$  e  $p(x,y) = \begin{cases} 0, & (x,y) \notin A \\ \frac{c}{x+y}, & (x,y) \in A \end{cases}$ ,  $c > 0$ . Determinare  $c$  affinché  $f$  sia una densità su  $A$ . Calcolare poi le densità marginali e le varianze di  $X$  e  $Y$  v.e. con  $(X,Y)$  di densità congiunta  $f$ .