Soluzione

(a) $n=4$ abbiamo una distribuzione ipergeometrica per cui se V indica il numero delle palline verdi e G quello delle gialle

$$P(V=2, G=2) = \frac{\binom{4}{2}\binom{6}{2}}{\binom{10}{4}} = \frac{4!}{2!\,2!} \cdot \frac{6!}{2!\,\cancel{4!}} \cdot \frac{\cancel{4!}\,6!}{10!} \simeq 0{,}428$$

(b) $$\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{5}{7} \simeq 0{,}071$$

(c) come b.

Si tratta di una distribuzione ipergeometrica, per cui se X indica il numero di palline rosse estratte

$$P(X=k) = \frac{\binom{n}{k}\binom{n}{n-k}}{\binom{2n}{n}} = \frac{\frac{n!}{k!\,(n-k)!} \cdot \frac{n!}{(n-k)!\,k!}}{\binom{2n}{n}} = \frac{\binom{n}{k}^2}{\binom{2n}{n}}$$

Pertanto, trattandosi di una distribuzione di prob. t.c. $P(X=m)=0$ per $m>n$

$$\sum_{k=0}^{n} P(X=k) = \sum_{k=0}^{2n} P(X=k) = 1,$$

cioè

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{\binom{n}{k}^2}{\binom{2n}{n}} = 1, \quad \text{da cui} \quad \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}.$$