

COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA E ELEMENTI DI
CALCOLO DELLE PROBABILITA' (Seconda prova in itinere di
Elementi di Calcolo delle Probabilità) del 9/06/2014 (secondo turno)

COGNOME....., NOME....., n. mat.

Riconsegnare il testo. Rispondere alle domande, con esaurienti motivazioni, nel riquadro sottostante o su un foglio protocollo. Gli studenti che supereranno la presente prova e che desiderano sostenere la prova di Analisi Matematica 2 devono iscriversi nelle apposite liste di AlmaEsami.

(1) [1 punto] Un'azienda artigianale che produce rubinetti, decide di accettare ordini per la costruzione di 104 rubinetti dello stesso tipo anziché dei 100 che è in grado di produrre nel tempo stabilito. Sapendo che i clienti che hanno ordinato rubinetti rinunciano nella percentuale del 4 % prima della firma definitiva del contratto, calcolare la probabilità che almeno 3 clienti non ricevano la merce richiesta entro i termini stabiliti.

(2) [2 punti] In uno studio di avvocato vi sono 33 pratiche ciascuna contenente 3 fascicoli. Calcolare la probabilità che, accedendo casualmente alle pratiche 9 volte ed estrendo un solo fascicolo che non viene riposizionato dopo la selezione, la pratica numero 30 contenga ancora tutti i fascicoli.

(3) [2 punti] Vengono lanciati 7 dadi equilibrati (un dado ha sei facce). Calcolare la probabilità del seguente evento chiamato A : *esattamente 2 dadi (non importa l'ordine) indicano il numero 2, mentre i rimanenti dadi (non importa l'ordine) indicano 3*. Lanciando i 7 dadi 6 volte si chiede di calcolare la probabilità che l'evento A si ripeta più di 2 volte nei 6 lanci multipli.

(4) [2 punti] Siano X e Y due variabili aleatorie di densità congiunta uniforme f su $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 3\}$. Calcolare $P(Y \leq |X|)$. Determinare le densità marginali f_X e f_Y , stabilendo se le variabili X e Y sono indipendenti. Indicare infine, senza calcolo esplicito, l'espressione della densità di probabilità della variabile aleatoria $X + Y$.

(5) [1 punto] Nell'insieme Ω delle funzioni da $D = \{1, \dots, 8\}$ a $C = \{1, \dots, 10\}$ dotato della legge di probabilità uniforme, calcolare la probabilità del singoletto $\{g : D \rightarrow C\}$, dove g indica la funzione per cui per ogni $x \in D$, $g(x) = \frac{1}{x}$, e dell'evento $A = \{f \in \Omega : f : D \rightarrow C \text{ non è iniettiva}\}$.

(6) [1 punto, facoltativo, non valido per il superamento della prova] Sia X una variabile aleatoria di speranza matematica 2 e varianza 4. Fornire una stima per eccesso di $P(|X-2| > 10^4)$ usando la disuguaglianza di Chebyshev.

(7) [1 punto] Scrivere l'enunciato del Teorema sulla disuguaglianza di Chebyshev.

(8) [1 punto] Scrivere la definizione di convergenza in probabilità di una successione di variabili aleatorie.

(9) [1 punto] Scrivere la definizione di probabilità condizionale.