

COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA E ELEMENTI DI
CALCOLO DELLE PROBABILITA' (parte di Elementi di Calcolo
delle Probabilità) del 07/06/2012

COGNOME E NOME e numero di matricola
Riconsegnare il testo. Rispondere, con esaurienti motivazioni, nel riquadro sottostante le domande.

(1) [1,5 punti] Nell'Ateneo di Urania ci sono infiniti studenti che hanno sostenuto l'esame di Calcolo delle Stagnazioni. La percentuale dei respinti è da sempre pari al 33 per cento. Supponendo di considerare gruppi di 20 studenti scelti a caso fra gli studenti che hanno sostenuto l'esame, si chiede di

- calcolare la probabilità di trovare al più 3 studente bocciato nei singoli gruppi;
- scrivere la funzione di ripartizione della variabile aleatoria che indica il numero di bocciati nel gruppo di 20 studenti.

(2) [1,5 punti] Siano X e Y due variabili aleatorie reali di densità congiunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2^2}, & (x, y) \in [0, 2] \times [0, 2] \\ 0, & (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus [0, 2] \times [0, 2]. \end{cases}$$

- (i) Calcolare la densità g della variabile aleatoria $X + Y$.
- (ii) Disegnare il grafico dettagliato di g .

(3) [1 punto] Sia X una v.a. reale con densità gaussiana $N(0, 4^2)$. Calcolare la densità g di X^2 .

(4) [1 punto] La variabile aleatoria indicatrice.

(5) [0.5 punti] Sia X una variabile aleatoria discreta di valori $\{x_j\}_{j \in \mathbb{N}}$ $x_j = \frac{1}{1-q} j \left(\frac{2}{11q}\right)^j$, $j \in \mathbb{N}$ con densità di probabilità $p(x_j) = (1-q)q^j$ e $q \in]0, 1[$ fissato. Calcolare la speranza matematica di X .

(6) [1,5 punto] Un giocatore riceve 5 carte da un mazzo di 52, calcolare la probabilità che riceva esattamente 1 regina. Calcolare inoltre la probabilità che riceva esattamente al più una regina.

(7) [1 punto] Definizione di densità congiunta di variabili aleatorie reali.

(8) [1 punto] Criterio di convergenza per le serie numeriche reali a termini positivi: il criterio integrale.

(9) [1 punto] Definizione di σ -algebra.

(10) [1 punto] Definizione di cardinalità di un insieme.