

SESTO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T/T1 del
13/09/2013 Commissione del prof. Fausto Ferrari

COGNOME E NOME

Corso di Laurea in Ingegneria

N. di matricola

Durata della prova A+B: un'ora e 45 minuti. Gli studenti che decidono di uscire dopo l'inizio della prova verranno valutati sull'elaborato svolto fino al momento della loro uscita e la loro prova verrà considerata conclusa. Il testo, debitamente compilato, va riconsegnato con gli esercizi svolti in dettaglio assieme, al più, a un solo foglio protocollo su cui devono essere riportate le proprie generalità e il numero di matricola. Non è consentito l'uso di appunti, testi, eserciziari, computer e cellulari. Le fasi C e D (fase orale) verranno comunicate successivamente. Per accedere alla fase orale, qualora si superino la parte A e B, è comunque obbligatoria l'iscrizione alla lista di AlmaEsami.

Parte A. Attenzione, se il punteggio realizzato in questa parte è inferiore a 6 non verrà corretta la parte B e lo studente dovrà ripetere l'esame.

(1) Sia $f(x) = \arctan\left(\frac{x^2}{|x-2|-3}\right)$.

Determinare:

- (a, 2 punti) il dominio di esistenza di f , il dominio di derivabilità di f , la derivata prima di f ;
- (b, 3 punti) gli intervalli di monotonia di f i punti estremanti di f e calcolarne il valore;
- (c, 2 punti) l'eventuale esistenza di asintoti orizzontali e verticali;
- (d, 2 punti) un grafico qualitativo di f (non è richiesto lo studio della convessità);
- (e,1 punto) l'esistenza di soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$.

Parte B. Attenzione, se il punteggio realizzato in questa parte è inferiore a 4, (punteggio da totalizzare negli esercizi (2), (3) e (4)), non si è ammessi alla fase successiva, decade la validità della parte A e bisogna ripetere l'esame dall'inizio.

(2) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 (e^{2x} - \cosh 2x - 2x)}{(\sin^3(x) - \sinh^3(x)) \sin(\frac{3}{2}\pi + x)}.$$

(3) Calcolare

$$\int_{-6-\frac{2}{\pi}}^{-10} \frac{1}{(x+6)^3} \sin\left(\frac{1}{x+6}\right) dx.$$

(4) Determinare per quali valori di $\alpha > 0$ il seguente integrale generalizzato converge

$$\int_0^{+\infty} \frac{5 + \sin\left(\frac{\alpha}{x}\right)}{x^{3\alpha} + 3x^3} dx$$

(5) [3 punti, **non utilizzabili ai fini del superamento della parte B.**] Scrivere la definizione di somma superiore per una funzione $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$.

Calcolare la derivata prima della funzione seguente nel suo dominio naturale di esistenza

$$f(x) = \int_{2x}^{\sinh(2x^2)} \sin\left(\frac{3}{2+t^2}\right) dt.$$