

APPELLO di ANALISI MATEMATICA T/T1 del 23/01/2013
Commissione del prof. Fausto Ferrari

COGNOME E NOME

Corso di Laurea in Ingegneria

N. di matricola

Durata della prova A+B: un'ora e 45 minuti. Gli studenti che decidono di uscire dopo l'inizio della prova verranno valutati sull'elaborato svolto fino al momento della loro uscita e la loro prova verrà considerata conclusa. Il testo, debitamente compilato, va riconsegnato con gli esercizi svolti in dettaglio assieme, al più, a un solo foglio protocollo su cui devono essere riportate le proprie generalità e il numero di matricola. Non è consentito l'uso di appunti, testi, eserciziari, computer e cellulari. Le fasi C e D (fase orale) si svolgeranno a partire dal 29 Gennaio 2013. Per accedere alla fase orale, qualora si superino la parte A e B, è comunque obbligatoria l'iscrizione alla lista di AlmaEsami. Chi desidera anticipare l'orale al 25 Gennaio deve riportare sul frontespizio la frase: desidero sostenere l'orale il 25 Gennaio.

.....
Parte A. Attenzione, se il punteggio realizzato in questa parte è inferiore a 6 non verrà corretta la parte B e lo studente dovrà ripetere l'esame.

(1) Sia $f(x) = \arctan\left(\frac{x-3}{3|x|-4x^2}\right)$.

Determinare:

- (a, 2 punti) il dominio di esistenza di f , il dominio di derivabilità di f , la derivata prima di f ;
- (b, 3 punti) gli intervalli di monotonia di f , i punti estremanti di f ;
- (c, 2 punti) l'esistenza di asintoti orizzontali e verticali;
- (d, 3 punti) un grafico qualitativo di f (non è richiesto lo studio della convessità) precisando se la funzione è limitata e se esistono massimo e minimo assoluti.

Parte B. Attenzione, se il punteggio realizzato in questa parte è inferiore a 4, (punteggio da totalizzare negli esercizi (2), (3) e (4)), non si è ammessi alla fase successiva, decade la validità della parte A e bisogna ripetere l'esame dall'inizio.

(2) [3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x + 3x^2) - \cosh(2x + 3x^2) + 2^2 x^2}{(\sqrt{1+x+x^2} - 1 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{8}x^2) \sin(\frac{3}{2}\pi + 2x^3)}.$$

(3) [3 punti] Determinare per quali $\alpha > 0$ il seguente integrale generalizzato converge

$$\int_0^{+\infty} \frac{\frac{\alpha}{(3+x)^3} \sin \frac{3x^\alpha}{1+3x^\alpha}}{x^{3-\alpha} + x^{\frac{\alpha}{3}}}.$$

(4) [3 punti] Calcolare

$$\int_2^5 \frac{5x}{\sqrt{2^2 + x^2}} \arctan \sqrt{2^2 + x^2} dx.$$

(5) [3 punti, **non utilizzabili ai fini del superamento della parte B.**] Scrivere l'enunciato del Teorema di derivazione delle funzioni composte.

Calcolare la derivata prima di

$$f(x) = \int_{-3x^2}^{x^3} \sin\left(\frac{1}{1+t^4}\right) dt.$$