

SESTO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T/T1 del  
17/09/2012

COGNOME E NOME .....

Corso di Laurea in Ingegneria .....

N. di matricola .....

Gli orali inizieranno il 20 Settembre. Per accedere all'orale è comunque obbligatoria l'iscrizione alla lista di AlmaEsami.

---

(1) [2 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \cdot 8^n - 4^{2n}}{4 \cdot 3^n + 3 \cdot 2^n \cdot 4^n - 3 \cdot 4^{2n}}.$$

---

(2) [5 punti] Calcolare

$$\int_5^{25} \frac{t}{(t^2 + 37)\sqrt{t^2 + 36}} dt$$

---

(3) [7 punti] Sia  $f(x) = e^{-\frac{x}{|x^2-4|}}$ . Determinare:

- (a) l'insieme dei punti in cui  $f$  è definita;
- (b) l'insieme dei punti in cui  $f$  è derivabile;
- (c) gli intervalli in cui  $f$  è monotona crescente;
- (d) gli asintoti e l'eventuale presenza di punti estremanti di  $f$ . Disegnare infine un grafico qualitativo di  $f$ .

---

(4) [2 punti] Sia  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile e poniamo

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = x^6 h(3 \sin^2 x).$$

Sapendo che

$$h\left(\frac{\pi^2}{16}\right) = 3, \quad h\left(\frac{3}{2}\right) = 6, \quad h'\left(\frac{\pi^2}{16}\right) = 6, \quad h'\left(\frac{3}{2}\right) = 3,$$

calcolare  $g'(-\pi/4)$ .

---

(5) [4 punti] Determinare gli  $\alpha > 0$  tali che

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^{\alpha+7} + |\sin(7x)|^\alpha}{x^{2\alpha} + x^{10}} dx$$

converge.

---

(6) [2 punti] Risolvere l'equazione in  $\mathbb{C}$

$$((z+4)^2 + (5-4i)(z+4) - 20i)(z^6 + 4 - 20i) = 0.$$

---

(7) [5 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(4x + 3x^3)(4x + 3x^3 - \tan(4x))}{\sin(4x + 3x^3) - \sinh(4x - 3x^3)}.$$

---

(8) [3 punti] Calcolare l'integrale generale di

$$y'' + 16y = 5x + \sin(4x)$$