

QUINTO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T/T1 del
03/07/2012

COGNOME E NOME

Corso di Laurea in Ingegneria

N. di matricola

Gli orali inizieranno il 5 Luglio. Per accedere all'orale è comunque obbligatoria l'iscrizione alla lista di AlmaEsami.

(1) [2 punti] Risolvere l'equazione in \mathbb{C}

$$(z^3 - (5 + 2i)z^2 + 10iz)(z^5 + 2 - 5i) = 0.$$

(2) [2 punti] Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{n!}{(n-2)!}\right)^{\frac{3}{2}} + 11n^3}{11n^3 + 3n^{\frac{3}{2}}},$$

(3) [5 punti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{5}{2}x^2} - \cos(\sqrt{5}x)}{\tan\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) (\sin^2(9x) - 81x^2)}.$$

(4) [4 punti] Determinare per quali valori del parametro $\alpha > 0$ converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^5 \log(x^{\alpha+5})}{x^7 + \sin\left(x^{\alpha+\frac{1}{5}}\right)} dx.$$

(5) [2 punti] Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile, tale che $g(0) = 1$, $g(343) = 16$, $g'(0) = 4$, $g'(343) = 7$; posto

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = \frac{g\left(4x^2 + 7x + \frac{49}{16}\right)}{\sqrt[3]{x^4 + x + 1}},$$

calcolare $h'\left(-\frac{7}{8}\right)$.

(6) [3 punti] Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 8y' + 41y = 5x + 4e^{4x}.$$

(7) [7 punti] Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = 6\sqrt{|x+3|} \log|x+3| - 36.$$

Determinare:

1. il dominio naturale di f ;
2. l'insieme dei punti in cui f è derivabile;
3. gli intervalli in cui f è strettamente crescente;
4. l'immagine di f .

Si tracci quindi un grafico qualitativo di f .

(8) [5 punti] Calcolare

$$\int_5^6 \frac{\sinh(5x)}{\sinh^2(5x) + 4 \cosh(5x)} dx$$