PRIMO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T/T1 del 09/01/2012

COGNOME E NOME ....
Corso di Laurea in Ingegneria ....N. di matricola ....
Desidero sostenere l'orale subito (12-13 Gennaio); desidero sostenere l'orale nel secondo appello (23-24 Gennaio). Per accedere all'orale è obbligatoria l'iscrizione alla lista di AlmaEsami.
I punteggi riportati sono quelli della prova complessiva.

---

(1) [5 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x) - \sinh(3x)\cos(x)}{(e^{8x^3} - e^{2x^3})\cos(3x)}\,.$$

---

(2) [2 punti] (non era nel secondo parziale) Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt{25n^2+7n} - \sqrt{25n^2+10}\right)\,.$$

---

(3) [4 punti] Calcolare

$$\int_0^1 \frac{e^{6x}}{e^{12x}+3e^{6x}+9}\,dx\,.$$

(4) [2 punti] Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile, tale che

$$g(4\pi) = 4\pi\,, \qquad g\left(\frac{15}{2}\,\pi\right) = \frac{7}{4}\,\pi\,,$$

$$g'(4\pi) = 49\,, \qquad g'\left(\frac{15}{2}\,\pi\right) = 16\,.$$

Posto

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad h(x) = \left(\sin\left(g\left(x + \frac{7}{2}\,\pi\right)\right)\right)^5,$$

calcolare $h'(4\pi)$.

---

(5) [4 punti] Determinare per quali $\alpha > 0$ il seguente integrale generalizzato è convergente

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^9 \sin\frac{1}{x^6+1}}{x^\alpha (x^2+6)}\, dx\,.$$

---

(6) [6 punti] Posto

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\,, \qquad f(x) = \arctan\left(\frac{2}{|x^2-9|+2}\right),$$

determinare:

1. l'insieme dei punti in cui f è derivabile;
2. gli intervalli di stretta monotonia di f , specificandone il tipo;
3. gli estremanti locali di f , specificandone il tipo;
4. $f(\mathbb{R})$.

Si tracci quindi un grafico qualitativo di f .

(7) [4 punti] Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 2y' = 3x + e^{2x}\,.$$

(8) [3 punti] (non era nel secondo parziale) Determinare le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione

$$\big(z^2 + (6+10i)z + 60i\big)\ \big(z^6 + 6 + 5i\big) = 0\,.$$

PRIMO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T/T1 del 09/01/2012

COGNOME E NOME ....

Corso di Laurea in Ingegneria ....N. di matricola ....

Desidero sostenere l'orale subito (12-13 Gennaio); desidero sostenere l'orale nel secondo appello (23-24 Gennaio). Per accedere all'orale è obbligatoria l'iscrizione alla lista di AlmaEsami.

---

(1) [4 punti] Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 6y' = 5x + e^{6x}\,.$$

---

(2) [5 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(5x) - \sinh(5x)\cos(x)}{(e^{8x^3} - e^{2x^3})\cos(5x)}\,.$$

---

(3) [2 punti] (non era nel secondo parziale) Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile, tale che

$$g\,(2\pi) = 2\pi\,, \qquad g\left(\frac{7}{2}\,\pi\right) = \frac{3}{4}\,\pi\,,$$

$$g'\,(2\pi) = 9\,, \qquad g'\left(\frac{7}{2}\,\pi\right) = 4\,.$$

Posto

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad h(x) = \left(\sin\left(g\left(x + \frac{3}{2}\,\pi\right)\right)\right)^5,$$

calcolare $h'\,(2\pi)$.

(4) [6 punti] Posto

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad f(x) = \arctan\left(\frac{6}{|x^2 - 9| + 6}\right),$$

determinare:

1. l'insieme dei punti in cui f è derivabile;
2. gli intervalli di stretta monotonia di f, specificandone il tipo;
3. gli estremanti locali di f, specificandone il tipo;
4. $f(\mathbb{R})$.

Si tracci quindi un grafico qualitativo di f.

---

(5) [4 punti] Determinare per quali $\alpha > 0$ il seguente integrale generalizzato è convergente

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^9 \sin \frac{1}{x^6+1}}{x^\alpha (x^2 + 6)}\, dx.$$

---

(6) [2 punti] Calcolare

$$\lim_{n \to +\infty} \left(\sqrt{9n^2 + 5n} - \sqrt{9n^2 + 6}\right).$$

---

(7) [4 punti] Calcolare

$$\int_0^1 \frac{e^{2x}}{e^{4x} + 5e^{2x} + 25}\, dx.$$

(8) [3 punti] Determinare le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione

$$\big(z^2 + (6+10i)z + 60i\big)\ \big(z^6 + 6 + 5i\big) = 0\,.$$

(9) (Presente solo nel secondo parziale.) Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi/4} \big(6x^2 + 3x\big) \sin(6x)\, dx\,.$$