

SECONDO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T/T1 del  
20/01/2012

COGNOME E NOME .....

Corso di Laurea in Ingegneria .....

N. di matricola ..... Desidero sostenere l'orale subito (23 Gennaio); desidero sostenere l'orale nel secondo appello (dopo il 9 Febbraio). Per accedere all'orale è comunque obbligatoria l'iscrizione alla lista di AlmaEsami.

---

(1) [3 punti] Determinare per quali  $\alpha > 0$  il seguente integrale è convergente

$$\int_0^{+\infty} \arctan^2(7+x) \frac{1 - \cos(x^\alpha)}{x^{11}(1+x^3)} dx.$$

---

(2) [3 punti] Determinare le soluzioni dell'equazione in  $\mathbb{C}$

$$(z^4 + 6iz^2 + 1)(z^4 - 5i + 1) = 0.$$

---

(3) [2 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{4^n}{5n^{100} + 4} (1024n^{99} + 625n^{98})}{\frac{4^{n-1000}}{n+5} + 5n^{5000}}.$$

---

(4) [4 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_0^3 \frac{\sinh(4x)}{\sinh^2(4x) + 6 \cosh(4x)} dx.$$

---

(5) [8 punti] Sia

$$f(x) = \log\left(\frac{1}{5} + \frac{x^2 + 16}{x^2 + |x - 8|}\right) - \log\left(\frac{6}{5}\right).$$

Determinare:

- (i) il dominio naturale di esistenza  $D$  di  $f$ ;
- (ii) eventuali asintoti;
- (iii) i punti di  $D$  in cui  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  è derivabile;
- (iv) gli intervalli in cui  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  è monotona crescente e quelli in cui è monotona decrescente;
- (v) i punti estremanti.

Disegnare infine un grafico qualitativo della funzione  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ .

---

(6) [5 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh^2(6x^2 + 5x^3) - \cos^2(6x^2 + 5x^3)}{\sinh^2(6x)(\tan(5x^2) + 25\sin^2 x)}.$$

---

(7) [3 punti] Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 18y' + 72y = 3e^{12t} + 6t.$$

---

(8) [2 punti] Siano  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funzioni derivabili,  $f(4) = -1$ ,  $f'(4) = \frac{1}{5}$ ,  $g(5) = 4$ .

Posto

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = \frac{1 + f(4x)}{2 + g^2(5x)},$$

calcolare  $h'(1)$ .