

QUARTO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T/T1 del
10/06/2014 Commissione del prof. Fausto Ferrari

COGNOME E NOME

Corso di Laurea in Ingegneria

N. di matricola

Durata della prova A+B: un'ora e 45 minuti. Gli studenti che decidono di uscire dopo l'inizio della prova verranno valutati sull'elaborato svolto fino al momento della loro uscita e la loro prova verrà considerata conclusa. Il testo, debitamente compilato, va riconsegnato con gli esercizi svolti in dettaglio assieme, al più, a un solo foglio protocollo su cui devono essere riportate le proprie generalità e il numero di matricola. Non è consentito l'uso di appunti, testi, eserciziari, computer e cellulari. Le fasi C e D (fase orale) si svolgeranno il 12 Giugno 2014 e il 20 Giugno 2014. Per accedere alla fase orale, qualora si superino la parte A e B, è comunque obbligatoria l'iscrizione alla lista di AlmaEsami.

.....
Parte A. Attenzione, se il punteggio realizzato in questa parte è inferiore a 6 non verrà corretta la parte B e lo studente dovrà ripetere l'esame.

(1) Sia $f(x) = \int_2^x |t - 2| e^{-2t^2} dt$

Determinare:

- (a, 1 punti) il dominio di esistenza, il dominio di derivabilità e la derivata prima di f ;
- (b, 1 punti) gli intervalli di monotonia di f e gli eventuali punti estremanti;
- (c, 2 punti) l'eventuale presenza di asintoti, motivandone brevemente l'esistenza senza esplicitarne il valore;
- (d, 2 punti) il dominio in cui f è derivabile due volte, la derivata seconda e gli intervalli di convessità;
- (e, 2 punti) un grafico qualitativo di f ;
- (f, 2 punti) quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = |x - 2| e^{-2x^2}$ impiegando lo studio qualitativo della funzione $|x - 2| e^{-2x^2} - f(x)$.

Parte B. Attenzione, se il punteggio realizzato in questa parte è inferiore a 4, (punteggio da totalizzare negli esercizi (2), (3) e (4)), non si è ammessi alla fase successiva, decade la validità della parte A e bisogna ripetere l'esame dall'inizio.

(2) [3 punti] Calcolare

$$\int_3^{3^2} \frac{t}{t^2 - 3t + 3^2} dt.$$

(3) [3 punti] Determinare per quali valori di $\alpha > 0$ il seguente integrale generalizzato converge

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x}}{x^8 + x^{\alpha + \frac{1}{12\alpha}}} dx$$

(4) [3 punti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - \cosh(2x) - 2x - \frac{(2x)^3}{6}}{x^2 (\sin^2(3x^2 + 2x) - (2x)^2) \sin(\frac{\pi}{6} + x)}.$$

(5) [3 punti **non validi per l'ammissione alle fasi successive.**] Scrivere l'enunciato del Teorema di integrazione mediante cambiamento di variabile.