

QUINTO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T/T1 del
01/07/2015 Commissione del prof. Fausto Ferrari

COGNOME E NOME

Corso di Laurea in Ingegneria

N. di matricola

Durata della prova A+B: un'ora e 45 minuti. Gli studenti che decidono di uscire dopo l'inizio della prova verranno valutati sull'elaborato svolto fino al momento della loro uscita e la loro prova verrà considerata conclusa. Il testo, debitamente compilato, va riconsegnato con gli esercizi svolti in dettaglio assieme, al più, a un solo foglio protocollo su cui devono essere riportate le proprie generalità e il numero di matricola. Non è consentito l'uso di appunti, testi, eserciziari, computer e cellulari. Le fasi C e D (fase orale) si svolgeranno nelle date che saranno rese pubbliche su AlmaEsami. Per accedere alla fase orale, qualora si superino la parte A e B, è comunque obbligatoria l'iscrizione alla lista di AlmaEsami. Gli studenti con particolari esigenze riguardanti le date delle fasi C-D devono contattare il docente alla fine di questa prova.

.....
Parte A. Attenzione, se il punteggio realizzato in questa parte è inferiore a 6 non verrà corretta la parte B e lo studente dovrà ripetere l'esame.

(1) Sia $f(x) = \int_0^x \arctan(|t^2 - 4| - 16) dt$

Determinare, fornendo le opportune motivazioni:

- (a, 1,5 punti) il dominio di esistenza, il dominio di derivabilità e la derivata prima di f ;
- (b, 2 punti) gli intervalli di monotonia e i punti estremanti di f ;
- (c, 1 punto) l'insieme dei punti in cui f è derivabile due volte e la sua derivata seconda;
- (d, 2 punti) gli intervalli di convessità/concavità di f ;
- (e, 1,5 punti) gli eventuali asintoti di f giustificandone l'esistenza o la non esistenza (senza calcolarne il valore esplicito);

Disegnare infine un grafico qualitativo di f , (1,5 punti) e specificare quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = 0$ in \mathbb{R} (0,5 punti).

Parte B. Attenzione, se il punteggio realizzato in questa parte è inferiore a 4, (punteggio da totalizzare negli esercizi (2), (3) e (4)), non si è ammessi alla fase successiva, decade la validità della parte A e bisogna ripetere l'esame dall'inizio.

(2) [3 punti] Calcolare

$$\int_0^2 \frac{dt}{t + \sqrt{t} + 1}.$$

(3) [3 punti] Determinare per quali valori di $\alpha > 0$ il seguente integrale generalizzato converge

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sinh(2x)}{e^{8\alpha x} + x} dx.$$

(4) [3 punti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\log(1+x) + \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x) - 1 + \frac{x}{2}}{\sin(4x)(x^2 \sin^2(3x) - \sinh^2(3x)) \cos\left(-x + \frac{\pi}{4}\right)}.$$

(5) [3 punti **non validi per l'ammissione alle fasi successive.**] Scrivere la definizione di successione convergente. Scrivere poi la definizione del numero e .