

SESTO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T/T1 del
14/09/2015 Commissione del prof. Fausto Ferrari

COGNOME E NOME

Corso di Laurea in Ingegneria

N. di matricola

Durata della prova A+B: un'ora e 45 minuti. Gli studenti che decidono di uscire dopo l'inizio della prova verranno valutati sull'elaborato svolto fino al momento della loro uscita e la loro prova verrà considerata conclusa. Il testo, debitamente compilato, va riconsegnato con gli esercizi svolti in dettaglio assieme, al più, a un solo foglio protocollo su cui devono essere riportate le proprie generalità e il numero di matricola. Non è consentito l'uso di appunti, testi, eserciziari, computer e cellulari. Le fasi C e D (fase orale) si svolgeranno venerdì 18 Settembre come da calendario su AlmaEsami. Per accedere alla fase orale, qualora si superino la parte A e B, è comunque obbligatoria l'iscrizione alla lista di AlmaEsami. Gli studenti con particolari esigenze riguardanti le date delle fasi C-D devono contattare il docente alla fine di questa prova.

.....
Parte A. Attenzione, se il punteggio realizzato in questa parte è inferiore a 6 non verrà corretta la parte B e lo studente dovrà ripetere l'esame.

(1) Sia $f(x) = \int_0^x \frac{|t| - 1}{|t|^3 + 1} dt$

Determinare, fornendo le opportune motivazioni:

- (a, 1,5 punti) il dominio di esistenza, il dominio di derivabilità e la derivata prima di f ;
- (b, 2 punti) gli intervalli di monotonia e i punti estremanti di f ;
- (c, 1 punto) l'insieme dei punti in cui f è derivabile due volte e la sua derivata seconda;
- (d, 2 punti) gli intervalli di convessità/concavità di f avendo studiato qualitativamente il segno della f'' (non calcolare esplicitamente gli eventuali asintoti, qualora esistano);
- (e, 1,5 punti) giustificare la presenza di eventuali asintoti (o la non esistenza) solo qualitativa (senza calcolarne il valore esplicito).

Disegnare infine un grafico qualitativo di f , (1,5 punti) e specificare quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = 0$ in \mathbb{R} (0,5 punti).

Parte B. Attenzione, se il punteggio realizzato in questa parte è inferiore a 4, (punteggio da totalizzare negli esercizi (2), (3) e (4)), non si è ammessi alla fase successiva, decade la validità della parte A e bisogna ripetere l'esame dall'inizio.

(2) [3 punti] Calcolare

$$\int_0^2 \frac{\sin(t)}{\cos^2(t) + \cos(t) + 2} dt.$$

(3) [3 punti] Determinare per quali valori di $\alpha > 0$ il seguente integrale generalizzato converge

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\frac{x}{\alpha}}}{x + x^{2\alpha}} dx.$$

(4) [3 punti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - \cos(\sqrt{2}x)}{\cos(x + \pi)(\tan^2(2x) - 4x^2)}.$$

(5) [3 punti **non validi per l'ammissione alle fasi successive.**] Scrivere l'enunciato del Teorema di Rolle.