

PRIMA PROVA PARZIALE di ANALISI MATEMATICA T-1  
del 26/11/2010

COGNOME E NOME .....

Corso di Laurea in Ingegneria .....

N. di matricola .....

---

(1) [3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{9n^{4000} - 4 \cdot 9^n + 9^{n-2}}{\frac{n^{19} + 1}{4000n^9 + 9} + 9^{n/2} + 9^{n-3}}.$$

---

(2) [3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x+3) \left( \sqrt{4 + \sin^2(5x)} - \sqrt{4 + \sin(5x)} \right)}{\sqrt{5 + \cos(3x) \sin^2(5x)} - \sqrt{\cos(3x) \sin(5x) + 5}}$$

---

(3) [3 punti] Calcolare la derivata della funzione

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} (x-8)^9 \sin\left(\sin\left(\frac{1}{x-8}\right)\right), & \text{se } x \neq 8, \\ 0, & \text{se } x = 8, \end{cases}$$

nel punto 8 e nei punti  $x_k = 8 + \frac{1}{k\pi}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

---

(4) [3 punti] Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile e poniamo

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = f(e^{8x}).$$

Sapendo che  $f'(-1) = 3$ ,  $f'(e^8) = 9$  e  $f'(e^{-8}) = 27$ , dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

- a  $g'(-1) = 72e^{-8}$
- b  $g'(-1) = 72$
- c  $g'(-1) = 24e^{-8}$
- d  $g'(-1) = 216e^{-8}$

---

(5) [3 punti] Risolvere l'equazione in  $\mathbb{C}$

$$(z + 9)^6 - (2 + 5i)^2 = 0$$

---

(6) [3 punti] Sia

$$h : [-7, 14] \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = \begin{cases} e^{-4}, & \text{se } x \in [-7, 0[, \\ e^{4/x}, & \text{se } x \in ]0, 1], \\ e^4 - \frac{e^4 x^2}{196}, & \text{se } x \in ]1, 14]. \end{cases}$$

1. Disegnare il grafico di  $h$ ;
2. dimostrare in quali punti  $h$  è continua e in quali è discontinua.