QUARTO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T-1 del 16/06/2011

COGNOME E NOME ....
Corso di Laurea in Ingegneria ....N. di matricola ....
I risultati della prova verranno pubblicati su Almaesami. Gli studenti che supereranno la prova dovranno iscriversi alle liste degli orali su Almaesami. Gli orali inizieranno il giorno 27/6/2011

---

(1) [4 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_0^{7/3} \frac{x}{\sqrt{3x+7}}\, dx\,.$$

---

(2) [3 punti] Determinare per quali valori del parametro $\alpha > 0$ converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{x+1}}\, x^{-\alpha} \sin(x^3)}{x^{\frac{4}{3}}+3} dx.$$

---

(3) [6 punti] Sia

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\,, \qquad f(x) = \frac{\sinh(\sqrt{|\,x^2-4\,|})}{\cosh(\sqrt{|\,x^2-4\,|})+3}\,.$$

Determinare:

(i) i punti in cui f è derivabile;

(ii) gli intervalli di monotonia, avendo cura di precisare in quali f è crescente e in quali è decrescente;

(iii) gli estremanti locali, specificandone il tipo;

(iv) gli asintoti, qualora esistano.

Disegnare infine un grafico qualitativo di f.

(4) [4 punti] Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 8y' + 20y = 3x\,.$$

(5) [5 punti] Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(9+x)}{x^4}\left(\frac{4x}{\sqrt{1+4x}} - \sin(4x) + 8x^2 - \frac{104}{3}x^3\right).$$

(6) [2 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{4\cdot 5^{n+1} + \sqrt[n]{n^n + 4^n}}{\dfrac{5^n}{n^2+4} + \dfrac{4^n+1}{4^{n+1}+2}\,5^n}\,.$$

(7) [2 punti] Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile e poniamo

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\,, \qquad h(x) = g\left(\sin^2\left(2x + \frac{3}{4}\pi\right)\right)\,.$$

Sapendo che $g'(0) = 1$, $g'\left(\frac{1}{2}\right) = 7$, $g'\left(\frac{3}{4}\pi\right) = 49$ e $g'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{7}$, calcolare $h'(0)$.

(8) [4 punti] Calcolare le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione

$$(z^5 + 2 + 5i)(z^2 + 10iz - 29) = 0.$$