

QUINTO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T-1 del
06/07/2011

COGNOME E NOME Corso di Laurea in Ingegneria N. di matricola

(1) [4 p.ti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x + \pi)}{x} \left(\frac{\sin^3(6x) - \sinh^3(6x)}{e^{7x} - 1 - \sin(7x) - \frac{49x^2}{2} - \frac{343x^3}{3}} \right)$$

(2) [3 punti] Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{(x - \sin x)^8}{(e^{\alpha x} - 1)^\alpha (x^{2\alpha} + 24)} dx.$$

(3) [3 punti] Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 16y = \sin(4x) + 5x.$$

(4) [2 p.ti] Siano $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funzioni derivabili in \mathbb{R} e $h(x) = f(\pi x + g(x))$. Se $g(0) = 7$, $g'(0) = e^2$, $f'(0) = 2$, $f'(7) = e$, allora

a $h'(0) = e(\pi + e^2)$;

b $h'(0) = e\pi$;

c $h'(0) = 2(\pi + e^2)$;

d $h'(0) = e^3$;

(5) [3 punti] Determinare le soluzioni in \mathbb{C} dell'equazione

$$(z^3 - (7 - i)z^2 - 7iz) (z^4 + 49 - 6i) = 0.$$

(6) [9 p.ti] Sia $f : D \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \log \left(|x - 11| - \sqrt{x^2 + 4} \right)$$

dove $D \subseteq \mathbb{R}$ è il dominio naturale d'esistenza di f . Determinare:

- (i) l'insieme D e i punti in cui f è derivabile in D ;
- (ii) gli intervalli di monotonia, avendo cura di precisare dove f è monotona crescente e dove è monotona decrescente;
- (iii) l'eventuale esistenza di punti estremanti e asintoti.

Disegnare infine un grafico qualitativo di f .

(7) [2 p.ti] Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^4 - 3 \frac{n-n^4}{7+n} + 2 \frac{n+n^4}{7+n}}{7n^4 + 3 \frac{n-4n^4}{7+n} - 2 \frac{n+n^4}{7+n} + 1}$$

(8) [4 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{-7+\sqrt{5}\pi}^{-7+\sqrt{4}\pi} (t+7)^3 e^{(t+7)^2} dt.$$