

QUINTO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T-1 del  
06/07/2011

COGNOME E NOME ..... Corso di Laurea in Ingegneria ..... N. di matricola .....

---

(1) [4 p.ti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x + \pi)}{x} \left( \frac{\sin^3(6x) - \sinh^3(6x)}{e^{7x} - 1 - \sin(7x) - \frac{49x^2}{2} - \frac{343x^3}{3}} \right)$$

(2) [3 punti] Determinare per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{(x - \sin x)^8}{(e^{\alpha x} - 1)^\alpha (x^{2\alpha} + 24)} dx.$$

(3) [3 punti] Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 16y = \sin(4x) + 5x.$$

(4) [2 p.ti] Siano  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funzioni derivabili in  $\mathbb{R}$  e  $h(x) = f(\pi x + g(x))$ . Se  $g(0) = 7$ ,  $g'(0) = e^2$ ,  $f'(0) = 2$ ,  $f'(7) = e$ , allora

a  $h'(0) = e(\pi + e^2)$ ;

b  $h'(0) = e\pi$ ;

c  $h'(0) = 2(\pi + e^2)$ ;

d  $h'(0) = e^3$ ;

---

(5) [3 punti] Determinare le soluzioni in  $\mathbb{C}$  dell'equazione

$$(z^3 - (7 - i)z^2 - 7iz) (z^4 + 49 - 6i) = 0.$$

---

(6) [9 p.ti] Sia  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \log \left( |x - 11| - \sqrt{x^2 + 4} \right)$$

dove  $D \subseteq \mathbb{R}$  è il dominio naturale d'esistenza di  $f$ . Determinare:

- (i) l'insieme  $D$  e i punti in cui  $f$  è derivabile in  $D$ ;
- (ii) gli intervalli di monotonia, avendo cura di precisare dove  $f$  è monotona crescente e dove è monotona decrescente;
- (iii) l'eventuale esistenza di punti estremanti e asintoti.

Disegnare infine un grafico qualitativo di  $f$ .

---

(7) [2 p.ti] Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^4 - 3 \frac{n-n^4}{7+n} + 2 \frac{n+n^4}{7+n}}{7n^4 + 3 \frac{n-4n^4}{7+n} - 2 \frac{n+n^4}{7+n} + 1}$$

---

(8) [4 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{-7+\sqrt{5}\pi}^{-7+\sqrt{4}\pi} (t+7)^3 e^{(t+7)^2} dt.$$