

SESTO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T-1 del 07/09/2011

COGNOME E NOME Corso di Laurea in Ingegneria N. di matricola

(1) [4 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_1^2 \frac{1}{\cosh(5x) + 1} dx .$$

(2) [3 punti] Determinare per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}^+$ converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{2x^5} - 2x^5 - 1}{\sinh(\beta x^\beta)} dx .$$

(3) [6 punti] Posto

$$f(x) = \sinh \left(\frac{|x - 3| - x^2}{|x - 6|} \right),$$

determinare:

- (i) il dominio naturale di f e i punti in cui f è derivabile;
- (ii) gli intervalli in cui f è monotona decrescente;
- (iii) i punti estremanti di f , specificandone il tipo.

Disegnare infine un grafico qualitativo di f .

(4) [4 punti] Determinare l'integrale generale reale dell'equazione differenziale lineare

$$y'' - 3y' + 2y = e^{2x} + 5x + 2 .$$

(5) [5 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + 4x - e^{4x}) \cosh(4x^2 + 9x + 1)}{\frac{1}{2} \tan(3x) + \cosh(x) - \sqrt{1 + 3x + 4x^3}}$$

(6) [2 punti] Calcolare il limite di successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{4}{n^5} + \frac{3}{n^4}}{\frac{3}{n^6} - \frac{4}{n^4}}.$$

(7) [2 punti] Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile, tale che $g(10) = 2$, $g(4) = 5$, $g'(10) = \frac{1}{16}$ e $g'(4) = \frac{25}{2}$. Posto

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = g\left(\frac{x}{5} + 2\right) + (g(x))^5,$$

calcolare $h'(10)$.

(8) [4 punti] Determinare le soluzioni in \mathbb{C} dell'equazione

$$(z^4 - (32 + i)z^2 + 32i)(z^3 + 4 + 5i) = 0.$$