

Prima Prova Parziale di Analisi Matematica

L-A

CdL Ingegneria Chimica e CdL Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio
Commissione Prof. Fausto Ferrari
A.A. 2006/2007

11/11/2006

Cognome..... Nome..... Mat..... CdL.....

LIMITE DI SUCCESSIONE

ESERCIZIO 1 [3 punti] Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^n + \log n + n^2 - e^n}{-3^n + 2n^n + n! + n^3}$$

ESERCIZIO 2 [3 punti]

Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 \cos x - 3x \cos x + 2 \cos x}{x^2 e^x - 4x e^x + 3e^x}$$

ESERCIZIO 3 [3 punti]

Data $f(x) = \frac{\log|x-3|}{x^2-1}$, determinare il dominio naturale di f , il dominio in cui è derivabile f e calcolare la derivata di f .

ESERCIZIO 4 [3 punti]

Quale tra le seguenti affermazioni è vera.

- (a) per ogni $f \in C([1, 3])$ esiste $\min_{[1,3]} f$;
- (b) per ogni $f \in C([1, 4])$, $f([1, 4]) = [\min_{[1,4]} f, \max_{[1,4]} f]$;
- (c) per ogni $f \in C((1, 4])$, esiste $\max_{(1,4]} f$, ma non esiste $\min_{(1,4]} f$.
- (d) per ogni $f \in C([1, 3])$, se $f(1) < f(3)$, allora $f(2) < f(3)$.

ESERCIZIO 5 [3 punti] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile e tale che $f'(0) = 4$ e $f'(1) = 6$. Sia poi $g(x) = f\left(\frac{x^2+x+2}{x^2+2}\right)$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

- (a) $g'(0) = 3$

(b) $g'(0) = 2$

(c) $g'(0) = 1$

(d) $g'(0) = 6$.

Esercizio FACOLTATIVO

Svolgere il seguente esercizio motivando esaurientemente ogni passaggio.

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ così definita

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2, & x \in (2, +\infty) \\ 3, & x = 2 \\ 3 - |x - 2|, & x \in (-\infty, 2). \end{cases}$$

Provare, utilizzando la definizione di successione convergente, che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(2 + \frac{1}{n}\right) = 0.$$

Determinare l'insieme dei punti del dominio in cui la funzione è continua e quello in cui non è continua.