

Testo, con risposte, del secondo appello di Analisi Matematica L-A per
l'A.A. 2006/2007 (Commissione Prof. F. Ferrari)

ESERCIZIO 1

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(6x) - \cosh(6x) + 36x^2}{e^{5x+6} (\sin(5x) - \sinh(5x))^2}.$$

Risposta: $-\left(\frac{6}{5}\right)^6 \frac{1}{40e^6}$

ESERCIZIO 2

Sia

$$f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}, \quad f(x) = e^{-\frac{6}{|x|}}(x+5).$$

Determinare:

1. in quali intervalli f è strettamente crescente;
2. gli estremanti locali di f , specificandone il tipo.

Risposta: f è crescente in $\left(-\infty, \frac{a-\sqrt{156}}{2}\right]$ e in $(0, +\infty)$, $\frac{6-\sqrt{156}}{2}$ è punto di massimo relativo

ESERCIZIO 3

Calcolare

$$\int_0^{49} (6x+7)e^{7x+6} dx.$$

Risposta: $e^{73+6} \left(1 + 42 - \frac{6}{49}\right) + e^6 \left(\frac{6}{49} - 1\right)$

ESERCIZIO 4

Calcolare

$$\int_{-7/2}^{7/2} \frac{1}{\sqrt{2x+7}+7} dx.$$

Risposta: $\sqrt{14} - 7 \log \frac{\sqrt{14}+7}{7}$

ESERCIZIO FACOLTATIVO

Lo studente svolga in un foglio separato l'esercizio seguente, motivando in dettaglio tutte le affermazioni.

Posto $h(x) = \log(x^2 + 4x + 7)$, determinare:

1. il dominio naturale della funzione h ;
2. in quali intervalli h è monotona crescente;

3. in quali intervalli h è monotona decrescente;
4. in quali intervalli h è concava;
5. in quali intervalli h è convessa.

I seguenti esercizi fanno parte del testo dell'appello:

ESERCIZIO 5

Sia $k : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $k'(6\pi) = 1$ e $k'(1) = 0$.

Sia poi $v(x) = k(\sin(26\pi x) + 6\pi x)$. Allora :

$$v'(1) = 32\pi$$

$$v'(1) = 6\pi$$

$$v'(1) = 0$$

$$v'(1) = 1.$$

La risposta è 32π

LIMITE DI SUCCESSIONE

Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^n + \log n + \alpha n! - e^{n+7}}{-e^n + 7n^n + \beta n! + n^8}$$

Risposta: $\frac{1}{7}$.

Posto

$$w : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} , \quad w(x) = (2 + \sin(5x))^{3+\cos(5x)},$$

calcolare $w'(2\pi)$.

Risposta: $w'(2\pi) = 160$