MATERIALE PROPEDEUTICO ALLE LEZIONI DI ANALISI MATEMATICA PER I CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA CHIMICA E IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO DELL'UNIVERSITÀ DI BOLOGNA. ANNO ACCADEMICO 2006/2007 DOCENTE: FAUSTO FERRARI

ESERCIZIO 1
Sia $v : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$,

$$v(x,y) = \left(e^{-3xy}, xy^3, \frac{y^3}{1+x^2y^2}\right) \ .$$

Calcolare la matrice jacobiana e il differenziale di v nel punto $(1,2)$.

ESERCIZIO 2
Siano $f, g \in C(\mathbb{R};\mathbb{R})$ e poniamo $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h(x) = \int_0^{g(x)} f(t)\ dt$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:
a) se $g \in C^{(1)}(\mathbb{R};\mathbb{R})$, allora $h \in C^{(1)}(\mathbb{R};\mathbb{R})$
b) se f non è derivabile, allora h non è derivabile
c) se $f \in C^{(1)}(\mathbb{R};\mathbb{R})$, allora $h \in C^{(1)}(\mathbb{R};\mathbb{R})$
d) se $h \in C^{(1)}(\mathbb{R};\mathbb{R})$, allora $f \in C^{(1)}(\mathbb{R};\mathbb{R})$.

ESERCIZIO 3 Siano $f_1, f_2 \in C^{(1)}\left(\mathbb{R}^2;\mathbb{R}\right)$ e poniamo

$$w : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \ , \qquad w(x,y,z) = f_1\left(xy + \cos(xy), f_2(y,z)\right).$$

Calcolare $\nabla w\left(x_0, y_0, z_0\right)$, dove $\left(x_0, y_0, z_0\right) \in \mathbb{R}^3$.

ESERCIZIO 4
Sia $v : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$,

$$v(x,y) = \left(e^{-3xy}, xy^3, \frac{y^3}{1+x^2y^2}\right) \ .$$

Calcolare la matrice jacobiana e il differenziale di v nel punto $(1,2)$.

ESERCIZIO 5
Siano $f_1, f_2 \in C^{(1)}\left(\mathbb{R}^2;\mathbb{R}\right)$ e poniamo

$$w : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \ , \qquad w(x,y,z) = f_1\left(xy + \cos(xy), f_2(y,z)\right).$$

Calcolare $\nabla w\left(x_0, y_0, z_0\right)$, dove $\left(x_0, y_0, z_0\right) \in \mathbb{R}^3$.
a) Siano $f, g \in C(\mathbb{R};\mathbb{R})$ e poniamo $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h(x) = \int_0^{g(x)} f(t)\ dt$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:
b) se $h \in C^{(1)}(\mathbb{R};\mathbb{R})$, allora $f \in C^{(1)}(\mathbb{R};\mathbb{R})$
c) se f non è derivabile, allora h non è derivabile
d) se $f \in C^{(1)}(\mathbb{R};\mathbb{R})$, allora $h \in C^{(1)}(\mathbb{R};\mathbb{R})$
e) se $g \in C^{(1)}(\mathbb{R};\mathbb{R})$, allora $h \in C^{(1)}(\mathbb{R};\mathbb{R})$