ESERCIZIO 1

Determinare per quali $\gamma \in \mathbb{R}$ converge la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2\gamma}+5}{n^3+2} \sin \frac{1}{n^{\gamma}} .$$

ESERCIZIO 2 Siano

$$B = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ -2 \leq z \leq x^2+y^2, \ z \leq 3-2(x^2+y^2)\right\}$$

e $f \in \mathcal{C}(B;\mathbb{R})$. Determinare esplicitamente $\Pi_{1,2}(B)$ e $B_{(x,y)}$, in modo che

$$\int\int\int_B f(x,y,z)\ dxdydz = \int\int_{\Pi_{1,2}(B)} \left(\int_{B_{(x,y)}} f(x,y,z)\ dz\right)\ dxdy .$$

ESERCIZIO 3

Calcolare l'integrale doppio

$$I = \int\int_E \frac{xye^{2(x^2+y^2)}}{x^2+y^2}\ dxdy ,$$

dove

$$E = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 1 \leq x^2+y^2 \leq 9; \ y \geq 0; \ x-y \geq 0\right\} .$$

ESERCIZIO 4

Calcolare l'integrale doppio

$$\int\int_K \frac{7}{y+4}\, dxdy ,$$

dove

$$K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 0 \leq y \leq 4-x^2\right\} .$$

ESERCIZIO 5 (facoltativo)

Il candidato risolva, in un foglio separato, il seguente esercizio, giustificando adeguatamente le affermazioni fatte.

Determinare per quali valori del parametro reale α l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\log(1+2x^{\alpha})}{2+x^{3\alpha}}\ dx$$

è convergente.