

Esercizio 1

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2(e^n + 5(n+4)!)}{5^n + n^7 + 4n^4(n+2)!}$$

(a) 5;

(b) 0;

(c) $\frac{1}{4}$;

(d) $\frac{5}{4}$.

Esercizio 2

[4 punti] Sia $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile, tale che $g'(\pi^2) = 7$ e che $g'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{7}$, e poniamo

$$k : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad k(x) = g(4x^2 + \cos(7x)).$$

Allora $k'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ è uguale a:

(a) $28\pi + 49$;

(b) $\frac{4}{7}\pi$;

(c) 28π ;

(d) $\frac{4}{7}\pi + 1$.

Esercizio 3

[5 punti] Sia

$$f : \left(-\frac{5}{2}, 0\right) \cup \left(\frac{5}{2}, +\infty\right) \rightarrow \mathbf{R}, \quad f(x) = \log \frac{x}{2|x| - 5};$$

determinare in quali intervalli f è crescente, decrescente, concava, convessa.

f è decrescente in $\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$ e in $\left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$, è convessa in $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{5}{4}\right]$ e in $\left[\frac{5}{2}, +\infty\right)$ è concava in $\left[-\frac{5}{4}, 0\right)$

Esercizio 4

[4 punti] Calcolare la derivata della funzione

$$k : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} , \quad k(x) = \frac{x^4 e^{5x}}{x^4 + e^{5x}}$$

nel punto $x = 1$.

Esercizio 5

[4 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{-\frac{1}{2}}^0 (3x + 36) \cosh(6x + 3) dx .$$

Esercizio 6

[5 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2 + 6x) - \sinh(6x) - x^2 + 72x^3}{\sin(2+x) \sinh^2(7x)(\cosh(7x) - 1)} .$$

Esercizio 7

[5 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_0^3 \frac{2x^3}{x^4 + 2x^2 + 17} dx .$$

Esercizio facoltativo (solo per chi sostiene il secondo parziale)