INTEGRALE TRIPLO
Siano

$$B = \left\{ (x,y,z) \in \mathbf{R}^{\,3} : \frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} - a \le y \le 2\sqrt{\frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4}} \right\}$$

e $f \in \mathcal{C}(B;\mathbf{R}\,)$. Determinare esplicitamente $c, d \in \mathbf{R}$ e gli insiemi $B_y \subset \mathbf{R}^{\,2}$ tali che:

$$\int\int\int_B f(x,y,z)dxdydz = \int_c^d \left(\int\int_{B_y} f(x,y,z)\,dxdz \right)\, dy\,.$$

R.: $c = -3\,, d = 2\left(1 + \sqrt{1+a}\right)$

$$B_y = \left\{ (x,y) \in \mathbf{R}^{\,2} : \frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} \le y + 3 \right\}\,,$$

se $y \in [-3, 0]$,

$$B_y = \left\{ (x,y) \in \mathbf{R}^{\,2} : \frac{y^2}{4} \le \frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} \le y + 3 \right\}\,,$$

se $y \in (0, 6)]$
SERIE NUMERICHE
Determinare per quali valori del parametro $\gamma > 0$ converge la serie seguente:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \cosh\frac{n+n^2}{n^\gamma + 3} \right)\,.$$

R:$(\frac{5}{2}, +\infty)$
INTEGRALE CON CAMBIAMENTO DI VARIABILE
Calcolare il seguente integrale

$$\int\int_B (\alpha x + \cos(x^2+y^2))dxdy,$$

$$B = \{(x,y) \in \mathbf{R}^{\,2} : \mid y \mid \le x;\;\; 4 \le x^2 + y^2 \le 16\}\,.$$

R:

$$\int\int_B (\alpha x + \cos(x^2+y^2))dxdy = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\int_2^4 (\rho\alpha\cos\theta + \cos\rho^2)\rho d\rho)d\theta =$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} [\frac{\rho^3}{3}\alpha\cos\theta + \frac{1}{2}\sin\rho^2]_2^4 d\theta = \frac{\pi}{2}\left(\sin(16) - \sin(4)\right) + 56\sqrt{2}$$

ESTREMANTI LOCALI
Determinare i punti critici della funzione

$$f(x,y) = y^3 + 7y^2 + 10y + x^2y^2 + 7x^2y + 10x^2 + \sqrt{3}$$

e classificarli.

R.: Selle:$(x,y)=(\pm\sqrt{2},-2)$ e $(x,y)=(\pm\sqrt{5},-5)$. Max. rel./min. rel: $(x,y)=(0,1/3[-7\mp\sqrt{19}]))$.

NUMERI COMPLESSI

Risolvere la seguente equazione in C:

$$\left(z^2-2\mathrm{i}z-5\right)\left(z^4+3-\mathrm{i}2\right)=0$$

R: $z=2+\mathrm{i},-2+\mathrm{i},\sqrt[8]{13}e^{\frac{\mathrm{i}}{4}(-\arctan\frac{2}{3}+(2k+1)\pi)}$, $k=0,1,2,3$.

EQUAZIONI DIFFERENZIALI

Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''-7y'+10y=e^{2x+3}+\text{ sen }(2x)\,.$$

R.: $\left\{x\mapsto c_1e^{2x}+c_2e^{5x}-\frac{e^3}{3}xe^{2x}+\frac{1}{116}\left(7\cos(2x)+3\text{ sen }(2x)\right):c_1,c_2\in\mathbf{R}\right\}$