

Testo del compito di Analisi Matematica LB del 12 Settembre 2008

Esercizio 1

Calcolare

$$\int \int_A \frac{y}{x^2 + y^2} dx dy,$$

dove

$$A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, -2x \leq y \leq -7x, y > 0\}.$$

Esercizio 2

Risolvere in campo complesso la seguente equazione

$$(z^4 + 3 - 2i)(z^2 + iz + 6) = 0.$$

Esercizio 3

Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^3, \mathbf{R})$, $\phi_1 \in C^1(\mathbf{R}, \mathbf{R})$, $\phi_2 \in C^1(\mathbf{R}, \mathbf{R})$ e $g \in C^1(\mathbf{R}^2, \mathbf{R})$.
Calcolare $\nabla h(x_0, y_0)$, dove

$$h(x, y) = f(\phi_1(x), \phi_2(x), g^5(x, y) + \sin(x + y^2)).$$

Esercizio 4

Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 2y' + 5y = e^{3x} + 2x.$$

Esercizio 5

Siano

$$B = \left\{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{49} + z \leq 3\sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{49}} + z \geq \frac{3}{2} \right\}$$

e $f \in C(B; \mathbf{R})$. Determinare $E \subset \mathbf{R}^2$ e le funzioni $h, k : E \rightarrow \mathbf{R}$, tali che

$$\int \int \int_B f(x, y, z) dx dy dz = \int \int_E \left(\int_{a(x,y)}^{b(x,y)} f(x, y, z) dz \right) dx dy.$$

Esercizio 6

Determinare i punti critici della funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f(x, y) = 1 + xe^{x/3}(y^3 - 12y)$$

e classificarli.

Esercizio 7

Determinare i valori di $a > 0$ per cui converge:

$$\sum_n \frac{n^{4a} + \cos(an)}{n^2 + n^{6a} + n^{-4a}}.$$