PROVA SCRITTA
di ANALISI MATEMATICA L B
del 12/12/2008

COGNOME E NOME ....

Corso di Laurea in Ingegneria ....

N. di matricola ....

---

(1) [4 punti] Determinare gli $z \in \mathbb{C}$, tali che

$$\left(z^4 + 4 - 5i\right)\left(z^2 + 16z + 320i\right) = 0\,.$$

---

(2) [3 punti] Siano $f \in C^1\left(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}\right)$ e $g \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ e poniamo

$$h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}\,, \qquad h(x, y, z) = y \cdot f\left(x \cdot g\left(3x^2 - 2y^2 - 2z^2\right), xe^{3xz}\right).$$

Calcolare $\nabla h\left(x_0, y_0, z_0\right)$.

---

(3) [5 punti] Classificare i punti critici della funzione

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \;\; f(x, y) = -x^3 - x^2y^2 + 24x + 4y^2.$$

---

(4) [4 punti] Calcolare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 16y' = 5 + \sin(4x).$$

(5) [5 punti] Calcolare l'integrale doppio

$$I = \int_\Omega \left(e^{\frac{y^2}{4}} + e^{\frac{y}{2}} \right) dxdy,$$

dove

$$\Omega = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ -4 \le y \le -|x| \right\}.$$

(6) [5 punti] Sia

$$A = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ 0 \le z \le \sqrt{36x^2+9y^2}, \ 36x^2+9y^2+25z^2 \le 121 \right\}.$$

Se $f \in C(A, \mathbb{R})$, determinare $a, b \in \mathbb{R}$ e $A(z) \subset \mathbb{R}^2$, per ogni $z \in [a,b]$, tali che

$$\int\int\int_A f(x,y,z)\, dx\, dy\, dz = \int_a^b \left(\int\int_{A(z)} f(x,y,z)\, dx\, dy \right) dz.$$

(7) [4 punti] Determinare per quali valori del parametro $\gamma \in \mathbb{R}^+$ l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(7x^\gamma)}{x^7 + x^{7/3}}\, dx$$

converge.