PROVA SCRITTA
di ANALISI MATEMATICA LB
dell'11/06/2010

COGNOME E NOME ....

N. DI MATRICOLA .... Corso di Laurea in Ing. ....

Chiedo di non sostenere la prova orale nel giorno ....

---

(1) [5 punti] Siano

$$A = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | \ \frac{y^2}{16} + z^2 \leq x^2 + 2 \, , \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} + z^2 \leq 4 \, , x \leq 1 \right\}$$

e $f \in C(A, \mathbb{R})$. Determinare $a, b \in \mathbb{R}$ e, $\forall x \in [a, b]$, $B(x) \subset \mathbb{R}^2$, tali che

$$\int\int\int_A f(x, y, z) \, dxdydz = \int_a^b \left(\int\int_{B(x)} f(x, y, z) \, dy \ dz \right) dx \, .$$

---

(2) [4 punti] Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x^\alpha)}{x^8(3 + \cos(x^{-4\alpha}))} dx.$$

---

(3) [4 punti] Sia $h \in C^1 \left(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}\right)$ e poniamo

$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3 \, , \qquad g(x, y) = \left(xy^6 + y^3, h\left(x^3 + y^3, xy^3\right), x + h(x, y^3)\right) \, .$$

Calcolare la matrice jacobiana di g nel punto $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$.

(4) [4 punti] Sia $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \geq -16 + y^2, \ (x+8)^2 + y^2 \leq 80\}$. Calcolare

$$\int\int_A \Big(y(x+8)^3 + x + 8 \Big) \, dxdy.$$

(5) [4 punti] Determinare gli $z \in \mathbb{C}$, tali che

$$\big(5z^2 + (5+16i)z - 3 + 15i\big)\left(z^4 + 2 - 5i\right) = 0 \ .$$

(6) [5 punti] Siano

$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\,, \qquad g(x,y) = 9x^3 - xy^2 - 63x^2 + 7y^2\,.$$

Detrminare i punti critici di g e classificarli.

(7) [4 punti] Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale lineare

$$6y'' + 14\sqrt{6}y' + 49y = \sqrt{6}x^2 + 7 + 7e^{\sqrt{6}x} \ .$$