

PROVA SCRITTA  
di ANALISI MATEMATICA LB  
del 22/7/2009

COGNOME E NOME .....

Corso di Laurea in Ingegneria .....

N. di matricola .....

Chiedo di non sostenere l'orale nel giorno .....

---

(1) [3 punti] Determinare per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{(\sinh(2x) - 2x)^\alpha}{e^{6x} x^{2+\alpha}} dx.$$

---

(2) [4 punti] Determinare gli  $z \in \mathbb{C}$ , tali che

$$(z^2 + (3 - 4i)z + 21 + 9i)(z^4 + 5 - 21i) = 0.$$

---

(3) [4 punti] Sia

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = 7y^4 + 3(x^2 - y^2) + 21xy - 63.$$

Determinare i punti critici di  $f$  e classificarli.

---

(4) [6 punti] Calcolare

$$\int_E (x^3 + 2y^2) dx dy,$$

dove  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2|x| - 5 \leq y \leq |x|\}$ .

---

(5) [3 punti] Sia  $w \in C^1(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$  e poniamo  $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,

$$g(x, y) = w\left(x^4 + 5y, 5x^2y^4, (xy)^5 + 4xe^{y^5}\right).$$

Calcolare la matrice jacobiana di  $g$  nel punto  $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ .

---

(6) [6 punti] Sia  $f \in C(A, \mathbb{R})$ . Determinare  $S \subset \mathbb{R}^2$  e due funzioni  $a: S \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $b: S \rightarrow \mathbb{R}$ , tali che

$$\int \int \int_A f(x, y, z) dx dy dz = \int \int_S \left( \int_{a(x,y)}^{b(x,y)} f(x, y, z) dz \right) dx dy,$$

dove

$$A = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -\sqrt{\frac{x^2}{16} + y^2} \leq z, \frac{x^2}{16} + y^2 + z^2 \leq 9 \right\}.$$

---

(7) [4 punti] Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 2y' + 3y = e^{-x}.$$