

Programma (sintetico) ufficioso di Analisi L-B
A.A. 2007/2008, corsi di Laurea in Ingegneria
Chimica e in Ingegneria per l'Ambiente e il
Territorio
(Comm. Prof. F. Ferrari)

CENNI DI TOPOLOGIA Definizione di intorno di un punto. Definizione di successione convergente. Definizione di punto di accumulazione per un insieme. Definizione di insieme aperto. Definizione di insieme chiuso.

NUMERI COMPLESSI

Definizione del campo dei numeri complessi. Numeri complessi coniugati. Forma algebrica e trigonometrica. Definizione di modulo e argomento di un numero complesso. Proprietà del modulo e disuguaglianza triangolare. Formula di De Moivre. Formula di Eulero. Formula risolutiva per equazioni algebriche pure di grado n . Teorema fondamentale dell'algebra. Rappresentazione polare dei numeri complessi.

INTEGRALE GENERALIZZATO IN \mathbb{R} E SERIE NUMERICHE.

Definizione di integrale generalizzato, assoluta integrabilità in senso generalizzato, criterio del confronto e del confronto asintotico. Serie numeriche reali. La serie geometrica, la serie armonica generalizzata. Definizione di serie convergente, di serie divergente e irregolare. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Le serie numeriche a termini non negativi. Proprietà principali. Criteri di convergenza: criterio del confronto, criterio del confronto asintotico, criterio integrale. Convergenza assoluta: convergenza di una serie, criteri di assoluta convergenza per le serie, criterio di Leibniz. Esempi di serie irregolari.

LIMITI, CONTINUITÀ E CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI.

Definizione di norma e prodotto scalare. Definizione di successione convergente in \mathbb{R}^n . Funzioni reali e vettoriali di più variabili reali: generalità. Definizione di funzione continua e di limite di una funzione. Il teorema di Weierstrass. Definizione di derivata direzionale, Definizione di derivata parziale. Definizione di differenziale. Funzioni di classe C^1 e differenziabilità. Teorema di Schwarz. Funzioni di classe C^n . Matrice jacobiana. Il teorema sulla differenziabilità della composizione di funzioni. Derivate parziali di ordine superiore. La matrice Hessiana. Formula di Taylor al secondo ordine per funzioni di due variabili. Estremanti relativi per funzioni reali di più variabili reali: definizioni. Condizioni necessarie e condizioni sufficienti per l'esistenza di punti estremanti liberi. Classificazione dei punti estremanti. Forme quadratiche: definizioni e proprietà principali. Definizione di autovalore di una matrice. Condizioni sufficienti affinché una matrice simmetrica 2×2 sia definita positiva, definita negativa, indefinita o semidefinita (positiva o negativa).

INTEGRALE MULTIPLIO.

Definizione di somma superiore e di somma inferiore di una funzione limitata definita su un rettangolo. Definizione di integrale doppio per funzioni limitate definite su di un rettangolo. Il caso delle funzioni continue su domini limitati. Condizione necessaria e sufficiente per l'integrabilità di una funzione limitata. Le funzioni continue e limitate su domini misurabili sono integrabili. Proprietà dell'integrale doppio. Domini semplici. I teoremi di riduzione su rettangoli e su insiemi semplici e di cambiamento di variabile. Estensione al caso di domini che non sono rettangoli. Definizione di cambiamento di variabili. Il teorema di integrazione mediante cambiamento di variabili. Il cambiamento di variabili in coordinate polari. Significato geometrico della formula di integrazione mediante cambiamento di variabili. Significato del valore assoluto del determinante Jacobiano di un cambiamento di variabili.

Integrale triplo. Definizione di somma superiore e di somma inferiore di una funzione limitata definita su un parallelepipedo. Definizione di integrale triplo per funzioni limitate definite su parallelepipedi. Il caso delle funzioni continue su domini limitati. Condizione necessaria e sufficiente per l'integrabilità di una funzione limitata. Le funzioni continue e limitate su domini misurabili sono integrabili. Proprietà dell'integrale triplo. Estensione al caso di domini che non sono parallelepipedi. Domini semplici per fili o domini normali e domini semplici per strati. Estensione al caso di domini che non sono parallelepipedi. Il teorema di integrazione mediante cambiamento di variabili nell'integrale triplo. Le coordinate sferiche. Significato del valore

assoluto del determinante Jacobiano di un cambiamento di variabili.

TEORIA DELLA MISURA (cenni) Definizione di insieme misurabile. Definizione di insieme di misura nulla o di insieme trascurabile. Esempi di insiemi trascurabili. I grafici delle funzioni continue sono trascurabili. Collegamenti con l'integrabilità di una funzione. Definizione di funzione uniformemente continua.

EQUAZIONI DIFFERENZIALI.

Equazioni differenziali lineari omogenee e non omogenee del primo e del secondo ordine. L'integrale generale di un'equazione lineare omogenea e non omogenea. Il caso delle equazioni a coefficienti costanti. Il metodo per simpatia Il problema di Cauchy. Il teorema di Eulero. Il teorema di esistenza e unicità delle soluzioni del problema di Cauchy. Il metodo della variazione delle costanti di Lagrange nel caso di equazioni differenziali lineari del primo ordine. Cenno al metodo delle variazioni delle costanti per equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti Un esempio di equazioni differenziali non lineari: le equazioni a variabili separabili. Nozione di soluzione massimale.