

PROVA COMPLESSIVA  
di ANALISI MATEMATICA T-A  
del 29/02/2010

COGNOME E NOME .....

Corso di Laurea in Ingegneria .....

N. di matricola .....

Chiedo di sostenere la prova orale nel  II appello

e di non sostenere l'orale nel giorno .....

Chiedo di sostenere la prova orale nel  III appello

---

(1) [4 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi/16} \frac{\sin(4x+3)}{\sin^2(4x+3) + 4\cos(4x+3) + 4} dx.$$

---

(2) [3 punti] Determinare per quali valori di  $\alpha > 0$  converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(5n^{-\alpha})}{n^{5\alpha} + n^{\frac{1}{2}}}$$

---

(3) [4 punti] Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + y' - 6y = 3e^{2x} + x^2.$$

---

(4) [4 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\cos^2(3x^2 + 2x) - \cosh^2(3x^2 + 2x)}{(\cos^2(3x^2 + 2x) + \cosh^2(3x^2 + 2x))^3 (3x - \tan(3x))^{2/3}}.$$

---

(5) [6 punti] Sia

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = e^{-|x+10|-|x^2+10x|};$$

- (i) determinare l'insieme in cui  $f$  è derivabile,
- (ii) individuare gli intervalli in cui  $f$  è monotona decrescente,
- (iii) calcolare gli estremanti di  $f$ .

---

(6) [3 punti] Sia  $h \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  e poniamo

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = \sinh(x \cdot h(x^2)).$$

Sapendo che  $h(2) = 2$ ,  $h'(2) = 3$ ,  $h(4) = 3$ ,  $h'(4) = 2$ , calcolare  $g'(2)$ .

---

(7) [4 punti] Determinare le soluzioni in  $\mathbb{C}$  della seguente equazione:

$$(z^4 + 2 - 3i)(z^2 + (6 - 3i)z + 8 - 6i) = 0.$$

---

(8) [2 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 6^{-n} + n^{20}}{n^{300} - 3 \cdot 2^{n+1} + 2^{n-1}}.$$