

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA TA DEL 13/07/2010

LIMITE DI SUCCESSIONI

•

[3 punti] Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{2e^n + 10(n+1)n^{19}}{2e^{2+n} + n^{20}} + \frac{(2+n)^2 (\sqrt{3+n^2} - \sqrt{3+2n^2}) (n+1)!}{(n+4)!} \right)$$

EQUAZIONE DIFFERENZIALE

•

[4 punti] Calcolare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y'' + y' + 2y = e^{\frac{1}{2}x} \sin\left(\frac{\sqrt{7}}{2}x\right) + 3$$

COMPLESSI

•

[4 punti] Calcolare le soluzioni in della seguente equazione  $\mathbb{C}$

$$(z^6 + 2 + i3) \left( z^2 + (2 + i\sqrt{2} + i3)z + (i2 - \sqrt{2})3 \right) = 0$$

INTEGRALE GENERALIZZATO

•

[4 punti] Determinare per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  il seguente integrale generalizzato converge

$$\int_1^{+\infty} \frac{(\sin(\frac{1}{2}t) + 2) t^{-\frac{1}{2}}}{(t^2 - 1)^{\frac{1}{2}\alpha} (\frac{1}{2} + t)^{\frac{1}{2}\alpha}} dt.$$

TAYLOR

•

[4 punti] Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh^2(2x) - \sin^2(2x)}{\alpha x \cos^3(\pi + 2x) (\cos(3x) + 3x + 9x^2 - e^{3x})}.$$

### MONOTONIA

•

[5 punti] Sia

$$f(x) = \log\left(\frac{1 - 2x}{1 + 3|x|}\right).$$

Determinare:

- (i) il dominio naturale d'esistenza e i punti in cui è derivabile,
- (ii) gli intervalli in cui la funzione è monotona decrescente,
- (iii) gli intervalli in cui la funzione è monotona crescente,
- (iv) i punti estremanti, qualora esistano.

### DERIVATA

•

[2 punti] Calcolare la derivata di  $f : (0, \frac{\pi}{\beta}) \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{\sin^{\cos x}(2x)}{\sin^2(3x) + x^3}$$

in  $\frac{\pi}{2\beta}$ .

### INTEGRALE

[4 punti] Calcolare

$$\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{6}} \frac{(t^2 - 3)t}{(3 + (t^2 - 3)^2)^{\frac{5}{2}}} dt.$$