PRIMA PROVA PARZIALE di ANALISI MATEMATICA T-A del 13/11/2009

COGNOME E NOME ....
Corso di Laurea in Ingegneria ....
N. di matricola ....

---

(1) [3 punti] Determinare gli $z \in \mathbb{C}$, tali che

$$\left(z^4 + 6 - 5i\right)\left(z^2 - (11 - i)z + 30 - 6i\right) = 0\,.$$

---

(2) [2 punti] Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile, tale che $g'(5) = 3$, $g'(1) = 4$ e $g'(0) = 1$. Posto

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\,, \qquad h(x) = g\left(x^2 + 4x\right)\,,$$

dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

a $h'(1) = 12$

b $h'(1) = 18$

c $h'(1) = 24$

d $h'(0) = 1$

---

(3) [2 punti] Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{5^n + 5 \cdot n! + n^6}{2 \cdot 5^n - 2 \cdot n! + n^2}.$$

---

(4) [2 punti] Calcolare

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 6} - \sqrt{x^2 - 2x + 4}}{(x - 6)(x^2 - 5x + 6)}.$$

(5) [3 punti] Sia

$$f : [-5,5] \to \mathbb{R}\,, \qquad f(x) = \begin{cases} x^2 - 25\,, & \text{se } x \neq 0\,, \\ \dfrac{25}{2}\,, & \text{se } x = 0\,. \end{cases}$$

Dire quale delle seguenti affermazioni è vera e determinare poi l'immagine di f :

- [a] se $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$, allora $\lim_{n\to+\infty} f(a_n) = 25/2$
- [b] non esiste $\min f$
- [c] 0 è punto di minimo per f
- [d] non esiste $\lim_{x\to 0} f(x)$

---

(6) [2 punti] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{e^{x^2+4} + \sin(4x)}{\sqrt{x^2+x+5}}.$$

Calcolare

(i) $f'(c)$, con $c \in \mathbb{R}$;

(ii) $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

---

(7) [4 punti] Poniamo:

$$f : [-2,-1] \cup [0,2[\to \mathbb{R}\,, \qquad f(x) = \begin{cases} 2-4x\,, & \text{se } -2 \leq x \leq -1\,, \\ e^{-5x} - 1\,, & \text{se } 0 \leq x \leq 1\,, \\ -2\,, & \text{se } 1 < x < 2\,. \end{cases}$$

1. Disegnare il grafico di f ;
2. dire se f è continua, specificando in caso negativo in quale/quali punti essa è discontinua;
3. dire se f è monotona;
4. esiste $\max f$?
5. provare dettagliatamente quanto affermato al punto 2.