

PROVA COMPLESSIVA di ANALISI MATEMATICA T-A del  
12/1/2010

COGNOME E NOME    Corso di Laurea in Ingegneria    N. di matricola    Desidero sostenere la prova orale  subito       nel secondo appello Chiedo di non sostenere la prova orale il giorno . . . . .

---

- (1) [4 punti] Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + y' + 2y = 3x + e^{-x/2}.$$

- (2) [4 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_2^5 \frac{2\sqrt{x+5} + 1}{(\sqrt{x+5} - 5)(\sqrt{x+5} - 2)\sqrt{x+5}} dx.$$

- (3) [5 punti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(9x^2) - \sin(81x^4) + 2x^6 - 9x^2 + 27x^4}{\cos(3\pi(x+1))(\cosh(4x) + \cos(4x) - 2)}.$$

- (4) [3 punti] Determinare per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(5x^2)}{x^\alpha + 5x^6} dx.$$

---

(5) [3 punti] Calcolare le soluzioni in  $\mathbb{C}$  della seguente equazione

$$(z^4 + 2 + 7i)(z^2 + (9 - 7i)z + 14 - 49i) = 0.$$

---

(6) [3 punti] Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 2 \cdot 4^{-n} + 5 \cdot \left(\frac{e}{2}\right)^n}{5 \cdot 2^n + 3 \cdot e^{-n} + 2 \cdot \left(\frac{e}{2}\right)^n}.$$

---

(7) [5 punti] Sia

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = |6x - 5|^{1/3} - |x|^{1/3}.$$

Determinare:

1. in quali punti  $f$  è derivabile;
2. in quali intervalli  $f$  è decrescente;
3. i punti di massimo e di minimo locali di  $f$ ;
4. motivare quanto asserito al punto 1.

---

(8) [3 punti] Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile e poniamo

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(t) = \sin(f(t^2 + t)).$$

Se  $f(0) = 5\pi$ ,  $f(25\pi^2 + 5\pi) = 1$ ,  $f'(0) = 2$  e  $f'(5\pi) = 2$ , dire quale fra le seguenti affermazioni è vera:

- a  $g'(0) = -2$
- b  $g'(0) = 5\pi$
- c  $g'(0) = 2$
- d  $g'(5\pi) = 2(10\pi + 1)$

**La seconda prova parziale era composta dagli esercizi 1,2,3,4,7 e dai seguenti. I punteggi attribuiti ai precedenti esercizi non erano identici a quelli della seconda prova parziale. In particolare es.1 p.ti 2, es.2 p.ti 3, es.3 p.ti 3, es. 4 p.ti 2, es. 7 p.ti 3.**

---

(9) [2 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{1/2}^{3/4} \sin(4\pi x) (5x^2 + \cos^2(4\pi x)) dx .$$

---

(10) [3 punti] Sia  $f \in C^1(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$  e poniamo

$$F : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad F(x) = \int_2^{x^4} f(t) dt .$$

- (i) Dimostrare che  $F \in C^2(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ ;
- (ii) calcolare,  $\forall x \in \mathbb{R}^+$ ,  $F'(x)$  e  $F''(x)$ ;
- (iii) determinare la funzione  $f$  in modo che  $F''(x) = 11x^2 f(x^4)$  e  $f(16) = \frac{1}{2}$ .