Prima prova parziale di Analisi Matematica L-A (A.A. 2007/2008)

La prova scritta, della durata di 90 minuti, era composta di 5 esercizi obbligatori (i primi 5) e uno facoltativo. Ai fini dell'ammissione erano utili i soli esercizi obbligatori.

La struttura della prima prova parziale per l'A.A. 2008/2009 sarà diversa da questa.

Esercizio 1

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 2} e^{\frac{x^2-4}{x^3-7x^2+10x}} \sqrt{x+5}\,.$$

Esercizio 2

[3 punti] Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{6^{n+1}+\frac{2^n}{n!}-2n^8}{2\cdot 6^n-\frac{6^n}{n}+12n^8}$$

è uguale a

(a) : $-\frac{1}{6}$;

(b) : 0;

(c) : 3;

(d) : $+\infty$.

Esercizio 3

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n\to+\infty}(\sqrt{n+5}-\sqrt{n+2})(6\sqrt{n}+1).$$

Esercizio 4

[3 punti] Posto

$$k:[-10,+\infty[\,\to \mathbf{R}\ , \qquad k(x)=\sqrt{\frac{x+10}{x^2+4}}+\log\left(x^2+2x+25\right)\ ,$$

calcolare $k'(0)$.

Esercizio 5

[3 punti] Quale delle seguenti affermazioni vale per ogni funzione $f : [3,\, 8] \to \mathbf{R}$, continua in $[3,\, 8]$?

(a) , se $f(3)f(\frac{11}{2}) < 0$ allora esiste $\gamma \in \left[3,\, \frac{11}{2}\right]$ tale che $f(\gamma) = 0$;

(b) , se $f(3)f(\frac{11}{2}) < 0$, allora esiste $\gamma \in \left(\frac{11}{2}, 8\right)$ tale che $f(\gamma) = 0$;

(c) , se $f\left(\frac{11}{2}\right) f(8) > 0$ allora $f(x) > 0$, $\forall x \in \left[\frac{11}{2}, 8\right]$;

(d) , se $f(\frac{11}{2})f(8) < 0$ allora esiste $\gamma \in \left(3,\, \frac{11}{2}\right)$ tale che $f(\gamma) = 0$.

Esercizio 6

[5 punti] Lo studente svolga il seguente esercizio in un foglio allegato, sviluppando i calcoli in dettaglio e motivando ogni affermazione. Si consideri la funzione f tale che

$$f(x) = \sin\left(5x^2\right) + 4\frac{x^2 + 25}{|\ x^2 - 4\ |}\ :$$

(a) determinare il dominio naturale di esistenza D;

(b) dopo aver determinato l'insieme dei punti in cui f è derivabile, calcolare f';

(c) calcolare $f'(5)$.