Testo (con risposte) dell'appello di Analisi Matematica L-A del 12/12/2008

Esercizio [5 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{e^2}^{e^4} e^{2\log^2(x)+4}\log(x)\frac{dx}{x}.$$

$R = \frac{e^4}{4}(e^{32} - e^8)$

Esercizio [4 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_0^3 \big(\log(x+3)+4\big)\,dx$$

$R = 6\log 2 + 3\log 3 - 3 + 12$

Esercizio [3 punti] Il limite

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{n^{-n}+6^n+2^{6n}}{n^{-n}+n^3 6^n+3^n}$$

uguale a

(a) $+\infty$ (risposta esatta)

(b) 0

(c) 1

(d) 2

Esercizio

[5 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\text{sen }(x+2x^2)-xe^{2x}}{\cos(3x+2)\,(\text{ senh }(3x)-3\text{ sen }x)}\ .$$

$R = -\frac{13}{30\cos 2}$

Esercizio [4 punti]

Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile, tale che $g(1) = 5$, $g(2) = 10$, $g'(1) = 2$, $g'(2) = 4$; posto

$$h : \mathbf{R} \to \mathbf{R}\ , \qquad h(x) = \arctan\big(g(2x^2)\big)\ ,$$

allora $h'(1)$ uguale a

(a) $\frac{8}{101}$

(b) $\frac{8}{13}$

(c) $\frac{16}{101}$ (Risposta esatta)

(d) $\frac{4}{13}$

Esercizio [4 punti] Sia

$$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}\ , \qquad f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4}}{\sin(5x^2)+25}\ .$$

Calcolare $f'(x_0)$, con $x_0 \in \mathbf{R}$, e $f'\left(\sqrt{\frac{3}{5}\pi}\right)$.

$R: f'(x_0) = x_0 \frac{\sin(5x_0^2)+25-10\cos(5x_0^2)(x_0^2+4)}{\sqrt{x_0^2+4}(\sin(5x_0^2)+25)^2}$ $f'\left(\sqrt{\frac{3\pi}{5}}\right) = \sqrt{\frac{3\pi}{3\pi+20}}\ \frac{65+6\pi}{625}$

Esercizio [5 punti] Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \frac{|x-2|}{25+|x-2|(x+2)}\ .$$

Dopo aver determinato il dominio naturale d'esistenza di f, il candidato individui gli intervalli in cui tale funzione è monotona decrescente.

$R:$ dom$f = \mathbf{R} \setminus \{-\sqrt{29}\}$, f decrescente in $(-\infty, -\sqrt{29})$, in $(-\sqrt{29}, 2)$ e in $(7, +\infty)$