

Prima prova parziale di Analisi Matematica T-1/T-A per il corso di Laurea
in Ingegneria Civile (A-K) e il corso di Laurea in Ingegneria per l'Ambiente
e il Territorio
(A.A. 08/09)
(Commissione Prof. Fausto Ferrari)

Esercizio 1 [3 punti]

Calcolare il limite della successione seguente

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n2^{n+7} - 2^7 n^{-1} n^n + n^9}{n^{n-1} + 9^n + 7n^9}.$$

Esercizio 2 [3 punti]

Sia $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) - e^{\frac{3}{x}}}{\sqrt{x^2 + 2}}.$$

Calcolare la derivata in:

(i) $x_0 \in (0, +\infty)$;

(ii) 2.

Esercizio 3 [2 punti]

Sia $f : [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \in [2, 3), \\ \frac{25}{4}, & \text{se } x = 3. \end{cases}$$

Il candidato indichi quale delle seguenti affermazioni è vera e motivi brevemente le ragioni che l'hanno portato ad escludere le tre proposizioni false.

$$\max_{[2,3]} f = 9.$$

$$\max_{[2,3]} f = \lim_{x \rightarrow 3} f(x).$$

$$\max_{[2,3]} f = \frac{25}{4}.$$

$$\inf_{(2,3)} f = 4.$$

Esercizio 4 [2 punti]

Siano $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una successione in \mathbf{R}^+ , $a_n \rightarrow 0$ e

$$g : \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}, \quad g(x) = \exp\left(-\frac{1}{x^4}\right).$$

Dire quale delle seguenti affermazioni è vera, fornendo adeguate motivazioni:

esiste $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = g(0)$

non esiste $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

esiste $\lim_{n \rightarrow +\infty} g(a_n) = -\infty$

esiste $\lim_{n \rightarrow +\infty} g(a_n) = 0$

Esercizio 5 [4 punti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x^2 - 8x + 32} - x) \cos(x - 6)}{x^2 - x - 12}.$$

Esercizio 6 [4 punti] Determinare gli $z \in \mathbf{C}$, tali che

$$(z^2 + (7 - 6i)z - 42i)(z^3 + 7 - 42i) = 0.$$