ESERCIZI
(limiti di successioni, limiti di funzioni, continuità e derivabiltà di funzioni)

Materiale propedeutico alle lezioni di Analisi Matematica L-A per i corsi di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio dell'Università di Bologna. Anno Accademico 2004/2005 (Dott. Fausto Ferrari)

Esercizio 1
Calcolare il seguente limite di successioni

$$\frac{5n+n^2-\log n}{\sqrt{n^4+1}}$$

Esercizio 2
Calcolare il seguente limite di successioni

$$\frac{5n+3n^2-\log n}{\sqrt{n^4+1}+\log^2(n+1)}$$

Esercizio 3 Calcolare il seguente limite di successioni

$$\frac{e^n-\log^5 n}{3e^n+n^5}$$

Esercizio 4 Calcolare il seguente limite di successioni

$$\frac{e^n+n!}{2n!+n^5}$$

Esercizio 5 Calcolare il seguente limite di successioni

$$\frac{6e^n+\sqrt{n^3+1}}{7e^n+\sqrt{n^4+1}}$$

Esercizio 6
Calcolare il seguente limite di funzioni

$$\lim_{x\to 2}\tan x\log\sqrt{\frac{x^2-7x+10}{x^2-8x+12}}$$

Esercizio 7

Calcolare il seguente limite di funzioni

$$\lim_{x\to -1} \sin \frac{x^2+6x+5}{x^2-2x-3}$$

Esercizio 8
Calcolare il seguente limite di funzioni

$$\lim_{x\to -3} e^{|2x+5|\frac{x^2+2x-3}{x^2+8x+15}}$$

Esercizio 9
Calcolare il seguente limite di funzioni

$$\lim_{x\to +\infty} e^{\frac{x^2+2x-3}{x^2+8x+15}}$$

Esercizio 10
Calcolare il seguente limite di funzioni

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{x^5+6x+5}{x^4-2x+2}$$

Esercizio 11
Calcolare il seguente limite di funzioni

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{x^4-6x+5}{x^4-2x-3}$$

Esercizio 12
Quale delle seguenti affermazioni è vera
a) $n^3 = o(n^2)$, per $n \to \infty$.
b) $3^n = o(n^3)$, per $n \to \infty$.
c) $3^n = o(n!)$, per $n \to \infty$.
d) $2^n = o(\log n)$, per $n \to \infty$.
Esercizio 13
Quale delle seguenti affermazioni è vera
a) $n^5 = o(n^4)$, per $n \to \infty$.
b) $e^n = o(n^3)$, per $n \to \infty$.
c) $e^n = o(n!)$, per $n \to \infty$.
d) $5^n = o(\log n)$, per $n \to \infty$.
Esercizio 13

Quale delle seguenti affermazioni è vera
a) $\frac{1}{n^5} = o(\frac{1}{n^4})$, per $n \to \infty$.
b) $\frac{1}{n^4} = o(e^{-n})$, per $n \to \infty$.
c) $\sqrt{\frac{1+n}{n^4+3}} = o(e^{-n})$, per $n \to \infty$.
d) $\sqrt{\frac{1+n}{n^4+3}} = o(n^{-\frac{3}{2}})$, per $n \to \infty$.
Esercizio 14
Determinare per quali valori di R la seguente funzione è definita (dominio naturale)

$$\log \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 15}$$

Esercizio 15
Determinare per quali valori di R la seguente funzione è definita (dominio naturale)

$$\log \mid x^2 - 2 \mid .$$

Esercizio 16
Determinare per quali valori di R la seguente funzione è definita (dominio naturale)

$$\log(\mid x^2 - 3 \mid -2).$$

Esercizio 17
Determinare per quali valori di R la seguente funzione è definita (dominio naturale)

$$\sqrt{\mid x^2 - 3 \mid -2}.$$

Esercizio 18
Determinare per quali valori di R la seguente funzione è definita (dominio naturale)

$$\log(\mid x^2 - 3 \mid +2).$$

Esercizio 19
Determinare per quali valori di R la seguente funzione è definita (dominio naturale)

$$\sqrt{e^{\frac{2x-3}{x^2+8x+15}}}.$$

Esercizio 20
Dopo aver determinato il dominio naturale della seguente funzione (vedi es 14) determinare per quali valori di R la seguente funzione è derivabile

$$\log \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 15}.$$

Esercizio 21

Dopo aver determinato il dominio naturale della seguente funzione (vedi es 15) determinare per quali valori di R la seguente funzione è derivabile

$$\log \mid x^2 - 2 \mid .$$

Esercizio 22

Quale delle seguenti affermazioni è vera per $f : [0,1] \to R$ funzione limitata?

a) $\sup_{[0,1]} f = \max_{[0,1]} f$.

b) $\inf_{(0,1)} f = \inf_{(0,1)} f$.

c) $f([0,1])$ è inferiormente limitata.

d) Esiste $\lim_{x \to 1} f(x) \in R$.

Esercizio 23

Siano $f : I \to R$ e $g : J \to R$. Qale delle seguenti affermazioni è vera?

a) Se $f(I) \subset J$ allora $f \circ g$ è ben definita.

b) Se $f(I) \subset J$ allora $g \circ f$ è ben definita.

c) Se $g(J) \subset I$ allora $g \circ f$ è ben definita.

d) I dati forniti non sono sufficienti per rispondere.

Esercizio 24

Sia $f : [0,1] \to R$ una funzione continua. Allora

a) Se $\lambda < f(0)$ allora esiste $\bar{x} \in [0,1]$ tale che $f(\bar{x}) = \lambda$.

b) Se $\lambda > f(1)$ allora esiste $\bar{x} \in [0,1]$ tale che $f(\bar{x}) = \lambda$.

c) Se $\lambda > \min_{[0,1]} f$, allora esiste $\bar{x} \in [0,1]$ tale che $f(\bar{x}) = \lambda$.

d) Se $f(b) \leq f(a)$ e $\lambda \in [f(1), f(0)]$, allora esiste $\bar{x} \in [0,1]$ tale che $f(\bar{x}) = \lambda$.

Esericizio 25

Sia $f : (a,b) \to R$ derivabile in $x_0 \in]0,2[$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

a) Esiste $\lim_{n \to +\infty} f(x_0 - \frac{5}{n}) = f(x_0)$.

b) La funzione f è derivabile in un intorno di x_0.

c) Per ogni n esiste $f'(x_0 - \frac{1}{n})$.

d) Esiste $\lim_{n \to +\infty} f(x_0 - \frac{3}{n}) = f'(x_0)$.

Esercizio 26

Calcolare la derivata di $f : R \to R$

$$f(x) = \sin x \log\left(\sqrt[3]{x^4 + 2} - \sin(3x)\right).$$