

I PROVA SCRITTA INTERMEDIA
di ANALISI MATEMATICA L A
del 13/11/2004

Corsi di Laurea in: Ingegneria per l'Ambiente e il
Territorio, Ingegneria delle Telecomunicazioni
(Dott.F. Ferrari)

COGNOME E NOME N. di matricola.....

1. (3 punti) Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 2n + e^n}{6n^2 + n + 3e^n}$$

2. (3 punti) Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 + 5x - 6} \cos(2x + 1)$$

3. (3 punti) Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$.

$$f(x) = \frac{\log(|x^2 - 9| + 1)}{\cos(x) + 3}$$

Determinare in quali punti f è derivabile e calcolarne la derivata in tali punti.



4. (3 punti) Se $f \in C((0, 1], \mathbf{R})$, dire quale delle seguenti affermazioni è vera.
- (a) f ha massimo ma non ha minimo
 - (b) Esiste $\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{x+1}{2x+3}\right)$
 - (c) Se esiste $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$, e $f(1) = 4$ allora esiste $c \in (2, 4]$ tale che $f(c) = 3$
 - (d) Esiste $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
5. (3 punti) Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile e tale che $f(0) = 2$, $f'(0) = 1$, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. Sia poi

$$g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad g(x) = f(\sin(2x)).$$

Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

- (a) $g'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2$
 - (b) $g'(0) = 4$
 - (c) $g'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4$
 - (d) $g'(0) = 0$
6. ESERCIZIO FACOLTATIVO (Questo esercizio deve essere risolto in un foglio separato)

Sia

$$f : [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & \text{se } x \in [0, 1] \\ 6 - x^2 - x & \text{se } x \in (1, 3]. \end{cases}$$

Determinare in quali punti f è continua e in quali è derivabile, motivando ogni affermazione.