

Analisi Matematica LA - Primo appello e prova conclusiva
CdL in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio e CdL in Ingegneria per le Telecomunicazioni

A.A. 2004/2005 Dott. F. Ferrari

10 Dicembre 2004

Gli esercizi da 1 a 8 costituiscono il testo del primo appello. Gli esercizi da 1 a 5 più l'esercizio 9 (facoltativo) costituiscono il testo della prova conclusiva (secondo parziale).

ESERCIZIO 1 [4 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x) - 3 \sinh(x)}{x^2 \cos(3x + x^2) \log(1 + x)}$$

ESERCIZIO 2 [4 punti] Determinare in quali punti la funzione seguente è derivabile, e determinare in quali intervalli essa è crescente

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = |x - 2|e^{-|x-3|}$$

ESERCIZIO 3 [4 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^3 (x + 2) \log(x + 2) dx$$

ESERCIZIO 4 [4 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx$$

ESERCIZIO 5 [3 punti]

Sia $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

- a) Se 0 è punto di minimo locale per f allora $f'(0) = 0$
- b) Se $f'(0) > 0$ allora f è crescente
- c) Se f è strettamente crescente allora $f'(x) > 0$ per ogni $x \in (0, 4)$
- d) Se $\max f = f(2)$, allora $f'(2) = 0$

ESERCIZIO 6

[3 punti] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile e tale che $f'(0) = 1$, $f'(1) = 2$. Sia poi $g(x) = f(\exp(5x))$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

- a) $g'(1) = 10$
- b) $g'(0) = 10$
- c) $g'(0) = 2$
- d) $g'(1) = 10e^5$

ESERCIZIO 7

[4 punti] Calcolare il limite seguente:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^4 - \log(n^8 + 1)}{3n^4 + 2n^2 + 5 \log(n^8 + 1)}$$

ESERCIZIO 8

[4 punti] Determinare per quali valori reali la seguente funzione è derivabile e calcolarne la derivata

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x^2 \sin(|x^2 - 3| + 5)$$

ESERCIZIO 9 (ESERCIZIO FACOLTATIVO)

[5 punti] Svolgere per esteso il seguente esercizio. Determinare il dominio naturale della seguente funzione

$$f(x) = \sqrt{|x - 5|} - 2 \log |x - 5|$$

e dire in quali intervalli la funzione è convessa.