Esercizi tratti dalle prove intermedie degli anni precedenti di Analisi Matematica L-A (limiti di successioni, limiti di funzioni, continutà di funzioni) per i corsi di Laurea in Ingegneria Elettronica e dell'Automazione dell'Università di Bologna. Anno Accademico 2005/2006 Docente: Fausto Ferrari

October 21, 2005

LIMITI DI SUCCESSIONE
[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2+2n+e^n}{6n^2+n+3e^n}$$

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2+2n+2e^n}{6n^2+n+3e^n}$$

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2+2n+4e^n}{6n^2+n+3e^n}$$

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{5n^2+2n+e^n}{6n^2+5n+3e^n}$$

[3 punti] Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{5n^2+2n+2e^n}{6n^2+5n+3e^n}$$

[3 punti] Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{5n^2+2n+4e^n}{6n^2+5n+3e^n}$$

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{7n^2+2n+e^n}{6n^2+7n+3e^n}$$

[3 punti] Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{7n^2+2n+2e^n}{6n^2+7n+3e^n}$$

[3 punti] Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{7n^2+2n+4e^n}{6n^2+7n+3e^n}$$

LIMITE DI FUNZIONE

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-2x+1}{x^2+5x-6}\cos(2x+1)$$

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2+5x-6}\cos(2x+1)$$

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-4x+3}{x^2+5x-6}\cos(2x+1)$$

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2+4x-12}\cos(2x+1)$$

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4x+4}{x^2+4x-12}\cos(2x+1)$$

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2+4x-12}\cos(2x+1)$$

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^2-1}{x^2+7x+6}\cos(2x+1)$$

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^2-x-2}{x^2+7x+6}\cos(2x+1)$$

[3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^2-2x-3}{x^2+7x+6}\cos(2x+1)$$

DOMINIO DI ESISTENZA

[3 punti] Sia

$$f(x) = \frac{\log(|x^2-9|+1)}{\cos(x)+3}.$$

Determinare il dominio di esistenza di f.

[3 punti] Sia

$$f(x) = \frac{\log(|x^2-3|+4)}{\cos(x)+3}$$

Determinare il dominio di esistenza di f.

[3 punti] Sia

$$f(x) = \frac{\log(|x^2-9|+2)}{\cos(x)+3}$$

Determinare il dominio di esistenza di f.

[3 punti] Sia

$$f(x) = \frac{\log(|x^2-4|+1)}{\cos(x)+3}$$

Determinare il dominio di esistenza di f.

[3 punti] Sia

$$f(x) = \frac{\log(|x^2-4|-4)}{\cos(x)+3}$$

Determinare il dominio di esistenza di f.

[3 punti] Sia

$$f(x) = \frac{\log(|x^2-4|-2)}{\cos(x)+3}$$

Determinare il dominio di esistenza di f.

[3 punti] Sia

$$f(x) = \frac{\log(|x^2-25|-1)}{\cos(x)+3}$$

Determinare il dominio di esistenza di f.

[3 punti] Sia

$$f(x) = \frac{\log(|x^2-25|-4)}{\cos(x)+3}$$

Determinare il dominio di esistenza di f.

[3 punti] Sia

$$f(x) = \frac{\log(|x^2-25|-2)}{\cos(x)+3}$$

Determinare il dominio di esistenza di f.

CONTINUITÀ

ESERCIZIO

[3 punti] Se $f \in C((0,1],\mathbf{R})$, dire quale delle seguenti affermazioni è vera.
-f ha massimo ma non ha minimo
-Esiste $\lim_{x\to+\infty} f\left(\frac{x+1}{2x+3}\right)$
-Se esiste $\lim_{x\to 0+} f(x) = 2$, e $f(1) = 4$ allora esiste $c \in (2,4]$ tale che $f(c) = 3$
-Esiste $\lim_{x\to 0+} f(x)$.
ESERCIZIO
[3 punti] Se $f \in C((0,1],\mathbf{R})$, dire quale delle seguenti affermazioni è vera.
-f è limitata superiormente, ma non inferiormente
-Esiste $\lim_{x\to 0} f\left(\frac{x+1}{x^2+5}\right)$
-Esiste $\lim_{x\to+\infty} f\left(\frac{x+1}{x^2+5}\right)$
-Non esiste $\lim_{x\to 0+} f(x)$.
ESERCIZIO
[3 punti] Se $f \in C((0,1],\mathbf{R})$, dire quale delle seguenti affermazioni è vera.
-f non ha minimo
-Esiste $\lim_{x\to+\infty} f\left(\frac{x+1}{x^4+3}\right)$
-Esiste $\lim_{x\to 0+} f(x) = \inf f((0,1])$
-Se esiste $\lim_{x\to 0+} f(x) = -\infty$, e $f(1) = 5$ allora $\exists c \in (0,1]$, tale che $f(c) = 0$.
ESERCIZIO
[3 punti] Se $f \in C((0,1],\mathbf{R})$, dire quale delle seguenti affermazioni è vera.
-f ha massimo e minimo
-Esiste $\max f\left(\left[\frac{1}{4},1\right]\right)$
-Esiste $\lim_{x\to+\infty} f\left(\frac{x+1}{x^2+5}\right)$
-Se esiste $\lim_{x\to 0+} f(x) = 5$ e $f(1) = 10$ allora $f((0,1]) = (5,10]$.
ESERCIZIO
[3 punti] Se $f \in C((0,1],\mathbf{R})$, dire quale delle seguenti affermazioni è vera.
-Esiste $\min f\left(\left[\frac{1}{2},1\right]\right)$
-Esiste $\lim_{n\to+\infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$
-f non ha minimo
-Se f è limitata, allora esiste $\lim_{x\to 0+} f(x)$
ESERCIZIO
[3 punti] Se $f \in C((0,1],\mathbf{R})$, dire quale delle seguenti affermazioni è vera.
-Esiste $\min f\left(\left[\frac{1}{4},1\right]\right)$
-Esiste $\lim_{n\to+\infty} f\left(\frac{1}{3n+2}\right)$
-Se esiste $\lim_{x\to 0+} f(x) = -1$, e $f(1) = 3$ allora $f((0,1]) = (-1,3]$
-Esiste $\lim_{x\to 0+} f(x)$, ma non esiste $\lim_{x\to 0} f(x)$.
ESERCIZIO
[3 punti] Se $f \in C((0,1],\mathbf{R})$, dire quale delle seguenti affermazioni è vera.
-Esiste $\lim_{n\to+\infty} f\left(\frac{n+1}{n+3n^2}\right)$
-Esiste $\lim_{x\to+\infty} f\left(\frac{x^2+1}{x+3x^2}\right)$
-Esiste $\lim_{x\to 1} f(x) = \sup f((0,1])$
-f ha massimo.
ESERCIZIO
[3 punti] Se $f \in C((0,1],\mathbf{R})$, dire quale delle seguenti affermazioni è vera.
-Esiste $\lim_{x\to 0+} f(x) = \inf f((0,1])$,

-Se esiste $\lim_{x\to 0+} f(x) = -2$ e $f(1) = 5$ allora esiste $c \in (0,1]$ tale che $f(c) = 1$

-Esiste $\lim_{x\to 0} f\left(\frac{3x+2}{x^2+7}\right)$

-f ha massimo.

ESERCIZIO

[3 punti] Se $f \in C((0,1], \mathbf{R})$, dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

-f ha massimo e non ha minimo

-Se f è monotona esiste $\lim_{x\to 0+} f(x)$

-Esiste $\lim_{n\to +\infty} f\left(\frac{n}{n^2+5}\right)$

-Se esiste $\lim_{x\to 0+} f(x) = 4$ e $f(1) = 9$ allora $f((0,1]) = (4,9]$.

ATTENZIONE (per le matricole dell'Anno Accademico 05-06 che devono ancora sostenere la prima prova intermedia) rispondere solo alla domanda inerente la continuità.

ESERCIZIO FACOLTATIVO

ESERCIZIO Sia

$$f : [0,3] \to R \quad f(x) = \begin{cases} 3x+1 & se \;\; x \in [0,1] \\ 6 - x^2 - x & se \;\; x \in]1,3]. \end{cases}$$

Stabilire, giustificando in dettaglio ogni affermazione, in quali punti f è continua e in quali punti f è derivabile.

ESERCIZIO Sia

$$f : [0,3] \to R \quad f(x) = \begin{cases} 3x+1 & se \;\; x \in [0,1] \\ 1 - x^2 - 4x & se \;\; x \in]1,3]. \end{cases}$$

Stabilire, giustificando in dettaglio ogni affermazione, in quali punti f è continua e in quali punti f è derivabile.

ESERCIZIO

Sia

$$f : [0,3] \to R \quad f(x) = \begin{cases} 3x+1 & se \;\; x \in [0,1] \\ 2 - x^2 + 3x & se \;\; x \in]1,3]. \end{cases}$$

Stabilire, giustificando in dettaglio ogni affermazione, in quali punti f è continua e in quali punti f è derivabile.

ESERCIZIO

Sia

$$f : [0,3] \to R \quad f(x) = \begin{cases} -2x+1 & se \;\; x \in [0,1] \\ 1 - x^2 - x & se \;\; x \in]1,3]. \end{cases}$$

Stabilire, giustificando in dettaglio ogni affermazione, in quali punti f è continua e in quali punti f è derivabile.

ESERCIZIO Sia

$$f : [0,3] \to R \quad f(x) = \begin{cases} -2x+1 & se \;\; x \in [0,1] \\ 4x - 4 - x^2 & se \;\; x \in]1,3]. \end{cases}$$

Stabilire, giustificando in dettaglio ogni affermazione, in quali punti f è continua e in quali punti f è derivabile.

ESERCIZIO

Sia
$$f:[0,3]\to R \quad f(x)=\begin{cases} -2x+1 & se \;\; x\in[0,1] \\ -3-x^2+3x & se \;\; x\in]1,3]. \end{cases}$$
Stabilire, giustificando in dettaglio ogni affermazione, in quali punti f è continua e in quali punti f è derivabile.

ESERCIZIO

Sia
$$f:[0,3]\to R \quad f(x)=\begin{cases} 4x+1 & se \;\; x\in[0,1] \\ 7-x^2-x & se \;\; x\in]1,3]. \end{cases}$$
Stabilire, giustificando in dettaglio ogni affermazione, in quali punti f è continua e in quali punti f è derivabile.

ESERCIZIO

Sia
$$f:[0,3]\to R \quad f(x)=\begin{cases} 4x+1 & se \;\; x\in[0,1] \\ 2-x^2+4x & se \;\; x\in]1,3]. \end{cases}$$
Stabilire, giustificando in dettaglio ogni affermazione, in quali punti f è continua e in quali punti f è derivabile.

ESERCIZIO

Sia
$$f:[0,3]\to R \quad f(x)=\begin{cases} 4x+1 & se \;\; x\in[0,1] \\ 3-x^2+3x & se \;\; x\in]1,3]. \end{cases}$$
Stabilire, giustificando in dettaglio ogni affermazione, in quali punti f è continua e in quali punti f è derivabile.