

**SECONDA PROVA PARZIALE DI COMPLEMENTI DI ANALISI
MATEMATICA LM**

18/12/2009

(Comm. Prof. F. Ferrari)

Cognome.....Nome.....Mat.....CdL.....

Esercizio 1 [9 p.ti]

Risolvere il seguente problema di Dirichlet con il metodo della separazione delle variabili

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 3xy, & 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1 \\ u(0, y) = 0, \quad u(1, y) = 0, & y \in [0, 1] \\ u(x, 0) = 0, \quad u(x, 1) = 0, & x \in [0, 1]. \end{cases}$$

Esercizio 2 [3 punti]

Calcolare la trasformata di Fourier della funzione $x \rightarrow e^{-x^2}$. Quindi calcolare $\mathcal{F}(D^2 e^{-x^2})$.

Esercizio 3 [6]

Utilizzando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy

$$(1) \quad \begin{cases} y''' + y' = f, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0, \\ y''(0) = 0, \end{cases}$$

per una generica $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ Laplace trasformabile. Calcolare poi esplicitamente la soluzione del problema di Cauchy nel caso particolare in cui $f(t) = t^2$.

N.B. Gli studenti hanno a disposizione **2 h** per svolgere gli esercizi. **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari. Motivare ogni risposta.