

**SECONDO PARZIALE DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA
LM (4 CREDITI)**

09/01/2012

(Comm. Prof. F. Ferrari)

Cognome.....Nome.....Mat.....CdL.....

Esercizio 1 [13 punti]

Risolvere il seguente problema utilizzando il metodo della separazione delle variabili.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = 16 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + t \sin(4\pi x), & (x, t) \in (0, 4) \times (0, +\infty), \\ u(x, 0) = g(x), & x \in [0, 4], \\ u(0, t) = 0, & t \geq 0, \\ u(4, t) = 0, & t \geq 0, \end{cases}$$

dove $g : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$

$$g(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 8 - 2x, & 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

Esercizio 2 [6 punti] Utilizzando la trasformata di Laplace, calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 16y'' = \cos(4x), \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0, \\ y''(0) = 0. \end{cases}$$

Esercizio 3 [9 punti]

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{|x|} e^{-|x|}$:

- (i) provare che $f \in L^1(\mathbb{R})$;
- (ii) calcolare la trasformata di Fourier $\mathcal{F}f$ di f .

Si chiede infine se è possibile calcolare la trasformata di Fourier di $\mathcal{F}f$ (motivare nel dettaglio la risposta).

Esercizio 4 [5 punti] Provare che la δ (delta di Dirac) è una distribuzione di $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$.

N.B. Gli studenti hanno a disposizione **2 h** per svolgere gli esercizi. **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari. Motivare ogni risposta.