

PRE-APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA LM (4 CREDITI)

19/12/2013

(Comm. Prof. F. Ferrari)

Cognome.....Nome.....Mat.....CdL.....

Esercizio 1 [6 punti]

Sia $g :] - 1, 1[\rightarrow \mathbb{R}$

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0, 1] \\ -1, & x \in] - 1, 0[. \end{cases}$$

Calcolare i coefficienti della serie di Fourier di g . Supponendo di prolungare periodicamente la funzione g come una funzione di periodo 2 su tutto \mathbb{R} .

Esercizio 2 [10 punti]

Risolvere il seguente problema utilizzando il metodo della separazione delle variabili.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = 4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + t, & (x, t) \in (0, 1) \times (0, +\infty), \\ u(x, 0) = 1, & x \in [0, 1], \\ u(0, t) = 0, & t \geq 0, \\ u(1, t) = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

Esercizio 3 [8 punti] Utilizzando la trasformata di Laplace, calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y' = \cos(2x), \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

Esercizio 4 [6 punti] Sia $f(x) = 4\text{sgn}(x) + x$. Provare che $f \in L^1_{\text{loc}}(\mathbb{R})$ e calcolare f' nel senso delle distribuzioni. Calcolare poi la trasformata di Fourier della distribuzione f' ottenuta.